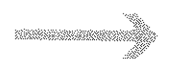
当代经济学系列丛书
Contemporary Economics Series
主编 陈昕

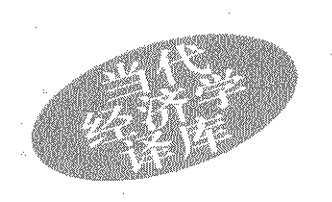




·经济理论的丘吉尔讲座·

一般均衡的策略基础
——动态匹配与讨价还价博弈

[美] 道格拉斯·盖尔 著
韦 森 总译校





格致出版社
上海三联书店
上海人民出版社

当代经济学系列丛书
Contemporary Economics Series
主编 陈昕

一般均衡的策略基础
——动态匹配与讨价还价博弈

当代经济学译库

[美] 道格拉斯·盖尔 著
韦 森 总译校



格致出版社
上海三联书店
上海人民出版社



一般均衡的策略基础

——动态匹配与讨价还价博弈





ISBN 978-7-5432-1429-3

9 787543 214293 >

定价：18.00元

易文网：www.ewen.cc

参加本书翻译的有：

季　虹　徐思嘉　徐　嫄
黄　梅　赵　红　程　锋
许　键　刘康兵　李　达



出版前言

为了全面地、系统地反映当代经济学的全貌及其进程，总结与挖掘当代经济学已有的和潜在的成果，展示当代经济学新的发展方向，我们决定出版“当代经济学系列丛书”。

“当代经济学系列丛书”是大型的、高层次的、综合性的经济学术理论丛书。它包括三个子系列：(1)当代经济学文库；(2)当代经济学译库；(3)当代经济学教学参考书系。该丛书在学科领域方面，不仅着眼于各传统经济学科的新成果，更注重经济前沿学科、边缘学科和综合学科的新成就；在选题的采择上，广泛联系海内外学者，努力开掘学术功力深厚、思想新颖独到、作品水平拔尖的“高、新、尖”著作。“文库”力求达到中国经济

学界当前的最高水平；"译库"翻译当代经济学的名人名著；"教学参考书系"则主要出版国外著名高等院校的通用教材。

本丛书致力于推动中国经济学的现代化和国际标准化，力图在一个不太长的时期内，从研究范围、研究内容、研究方法、分析技术等方面逐步完成中国经济学从传统向现代的转轨。我们渴望经济学家们支持我们的追求，向这套丛书提供高质量的标准经济学著作，进而为提高中国经济学的水平，使之立足于世界经济学之林而共同努力。

我们和经济学家一起瞻望着中国经济学的未来。

本书献给我的老师 Frank H. Hahn



内容简介

自亚当·斯密(Adam Smith)以来，竞争理论在经济分析中一直居于中心地位。由当代最杰出的理论经济学家之一道格拉斯·盖尔(Douglas Gale)所撰写的这部著作，介绍了为完全竞争理论提供策略基础的一项重大研究成果。

盖尔首先对竞争理论的演化作了简要的回顾，随后，通过对动态匹配与讨价还价博弈模型广泛而严密的运用，他更为全面地解释了如何达致竞争均衡。在经济学家们已经采用的对市场所作的宏观视角的描述中，一定的行为特征——如价格接受行为等——被视作理所当然的，盖尔却使用博弈理论重新评价了这一假设，即从个体行为人出发，模型化他们的策略互动。竞争均衡的策略基础揭示了这样的互动是如何导致竞争性的价格接受行为的。

道格拉斯·盖尔(Douglas Gale)为美国纽约大学经济学教授,并曾于2000—2002年间任美国纽约大学经济系主任。作为计量经济学会的研究员,他至今仍担任《经济研究评论》(*Review of Economic Studies*)的助理编辑和《计量经济学》(*Econometrica*)的合作编辑。他目前也是《经济理论杂志》(*Journal of Economic Theory*)、《经济学研究》(*Research in Economics*)和《经济理论》(*Economic Theory*)的副主编,并且也是《宏观经济动态》(*Macroeconomic Dynamics*)的顾问编辑,其研究论文见诸于国际权威杂志上。

中译本译序

这些年来我在各种场合经常讲中国经济现象是经济学研究的一个大金矿，研究中国的经济问题有可能产生一批世界级的经济学大师。我的信念源自经济理论的作用在于解释经济现象，其作用的大小由所解释经济现象的重要性决定。在现代社会中，各国经济紧密相连，发生在世界经济中心的经济现象所产生的影响远大于发生在周边小国的经济现象，所以，自亚当·斯密出版《国富论》，经济学成为一门独立的社会科学以来，世界级的经济学大师大多先后产生于作为世界经济中心的英国和美国。而我预测中国的经济规模很有可能在本世纪30年代超过美国，中国将有可能逐渐成为一个新的领导经济学思潮的国际中心。如果我的乐观预测是正确的，那么中国经济学界的第一个诺贝尔经济学奖获得者，

最有可能来自于从事制度经济学研究的经济学家。

从工业革命开始至西方殖民强权兴起，许多亚洲和非洲国家纷纷继拉丁美洲国家之后沦为被殖民地。20世纪初民族自决运动风起云涌，到了第二次世界大战之后，亚、非、拉被殖民国家终于迎来了民族解放，开始了独立建国后的追赶发达国家的努力。但是，除了东亚的日本和几条“小龙”外，世界上绝大多数发展中国家和地区不但没有赶上发达国家或缩小与发达国家的差距，而且，这个差距还在不断扩大。到2001年底世界人口总数为61.3亿，中低收入国家和地区的人口就占了81.5%。发展中国家和地区怎样缩小与发达国家的差距、甚至赶上发达国家仍然是当今世界最大的经济问题之一。

根据索洛(Robert Solow)在20世纪50年代提出的新古典增长理论，发达国家和发展中国家可以采用同样的技术来生产，由于发达国家资本较多，资本的边际报酬较低，因而发展中国家会有比发达国家更高的资本积累，取得更快的经济增长，两者的人均收入差距应该逐渐缩小；然而，许多发展中国家经过30—40年的努力，并未取得预料中的快速增长。由于新古典增长理论不能解释发达国家和大多数发展中国家之间收入差距持续扩大

的现象，罗默(Paul Romer)和卢卡斯(Robert Lucas)在20世纪80年代提出了内生增长理论，认为一个国家的技术创新速度是由人力资本积累、研究和开发、“干中学”等因素内生决定的；发达国家在这些方面的投资多于发展中国家，因此，技术变迁较快避免了资本的边际报酬递减，使得发达国家经济保持持续增长，并且拉大了和发展中国家的收入差距。然而这个理论也有缺陷，韩国、中国台湾、中国香港、新加坡以及后来加入的中国等亚洲新兴工业化经济体，在20世纪最后30年间实现了超乎寻常的经济增长，赶上了发达国家或大大缩小了与发达国家的差距，但是它们在追赶时期并未在内生增长理论所强调的因素上比发达国家有更多的投资。到了20世纪90年代末，以哈佛大学的罗德里克(Dani Rodrik)、施莱弗(Andrei Shleifer)和阿斯莫格鲁(Daron Acemoglu)等为首的一批经济学家，开始把眼光从资本积累和技术创新转移到制度问题上来，试图从市场效率、政府干预、腐败程度等制度因素出发来解释发展中国家发展绩效的差异。[①]

① 有关这方面的文献回顾请参见林毅夫和刘明兴为2003年5月21—22日在印度举行的第15届世界银行年度发展经济学会议所准备的论文《发展战略、自生能力和落后地区的发展挑战》。英文稿可从北大中国经济研究中心讨论稿网页下载。

制度对经济发展的重要性从我国改革前后的经验中可以得到印证。主流经济学家们对于市场和政府这两个最重要的制度应该如何发挥各自的作用的认识并没有多大分歧。世界银行和国际货币基金组织等国际发展机构中的经济学家们,根据主流经济学的认识提出了"华盛顿共识",并从20世纪80年代初起,以此共识来推动绝大多数发展中国家的经济改革。可是根据世界银行的一位经济学家伊斯特利(William Easterly)的研究,1960—1979年间发展中国家人均国民生产总值的年均增长率为2.5%,进行了改革后的1980—1998年间年均增长率反而下降为0.0%。[①]因此,伊斯特利将20世纪的八九十年代称为"迷失的年代"。

"迷失的年代"的出现反映了经济学家们虽然已经认识到了制度的重要性,但是对制度是怎么形成的,以及怎么作用于经济的了解却还远远不足。西方主流经济学是以有效的市场制度为前提建立起来的,直到20世纪60年代以科斯(Ronald Coase)、诺思(Douglass North)、阿尔钦(Armen Alchain)、德姆

① William Easterly, "The Lost Decades: Developing Countries' Stagnation in Spite of Policy Reform 1980-1998", paper prepared for the Global Development Network meeting in Cairo, February 2001.

塞茨（Harold Demsetz)、威廉姆森(Oliver Willimson)和张五常等为代表的"新制度经济学派"出现以后,主流经济学家们才越来越多地将制度作为一个内生变量来研究。然而,发达国家本身的制度已经相对成熟、稳定,少有值得研究的大的制度变迁,而且取材于长远的历史,还会面临各种时代背景难于理解、资料难以收集的困难。而从发达国家和发展中国家的制度差异来研究,对于生活、工作在发达国家的经济学家来说,则又受到文化、历史知识的局限,不易把握问题的实质。所以,制度的研究,尤其是一个发展中国家的制度结构如何向一个现代化的市场经济制度体系演进的研究,是一个有待突破的重要领域。

我国从1949年建国以来,经历了从落后的市场经济向计划经济转变、又从计划经济向完善的市场经济转轨的过程,等于将发达国家需要几百年时间完成的制度变迁压缩在半个世纪里完成,而且当中还增加了一个非市场经济制度的实验。这些大的制度变革脉络清晰,影响显著,资料易得,不仅可以用来检验现有制度经济学的前沿理论假说,而且可以从中提炼出许多新的理论来解释制度的形成及其发挥作用的机制。中国的经济学家在了解中国的社会经济现象上有近水楼台先

得月的优势,因此研究这半个世纪以来中国社会经济变革的成败经验,既是关心中国未来命运的当代中国经济学家的使命,也是中国经济学家最有可能对当代经济学做出巨大贡献的领域。

1995年我曾写过一篇《本土化、规范化、国际化》的文章祝贺《经济研究》创刊40周年,强调本土问题的研究,必须置于国际学术界对同一问题的研究已经取得的成果的基础之上,才能了解自己的研究对知识增量的贡献在何处,同时也必须按国际学术界前沿的分析方法来表述,才能取得国际学术界公认的成果,对国际学术思潮的发展产生影响。这些原则在制度问题的研究上同样适用。

自20世纪60年代以来,当代西方经济学界的制度研究,除了以交易费用为分析工具的新制度经济学派外,还出现了阿罗(Kenneth Arrow)、哈恩(Frank Hahn)、斯蒂格利茨(Joseph Stiglitz)和阿克洛夫(George Akerlof)等一批当代新古典主流经济学家,他们或使用一般均衡的分析方法,引进交易费用,或从信息的不对称、克服道德风险的角度来研究制度的作用和选择。这一派学者多是一些建立数理模型的高手,文章大多发表在世界顶尖的经济学期刊之上。第三个流派则是以博弈论,尤其是20世纪90年代中后

期发展起来的演化博弈论为工具进行制度分析，主要代表人物有宾默尔(Ken Binmore)、佩顿·杨(H. Peyton Young)、萨金(Robert Sugden)和格雷夫(Avner Greif)等。每一个特定的制度安排都是社会中人们共同接受的制约彼此互动行为的一套规范，它的变革又都是在一定的制度结构、发展阶段当中发生的，所以这一流派凭其分析工具之利，最有可能在制度研究上开拓出一片宽广的天地。

1987年我从美国回国之前为了了解经济改革的实质意义，曾经花了一段时间阅读新制度经济学派和阿罗、斯蒂格利茨等新古典主流经济学家有关制度的论著，后来根据我的读书心得以及对政府在制度变革中作用的分析，写了一篇"An Economic Theory of Institutional Change: Induced Change and Imposed Change"发表于*Cato Journal*。中文译稿几经周折以《论制度和制度变迁》为名在国内发表。其后，制度分析成为国内经济学界的一个热门课题，国外的著作纷纷被译成中文，科斯、诺思成为国内经济学界耳熟能详的名字。不过到目前为止，引进到国内来的主要是新制度经济学派的论著，对于新古典主流和博弈论这两个流派的制度分析文献，国内学术界仍然知之甚少。但是我国国内有丰富的制度分析的素材，国内年轻的本科生

和研究生在数理工具的学习上也有先天的优势，因而掌握这两个流派的研究成果，并以这两个流派的分析工具来从事国内丰富的制度变迁经验的研究，将会是我国经济学人进军国际经济学术殿堂的一条大道。

复旦大学经济学院的韦森（李维森）教授最近倡议翻译出版一些有关当代制度分析前沿的专著，通过引进近几年西方几家著名出版社出版的博弈论和新古典主流制度分析的经典名著，以推动我国经济学界在制度经济学的研究和分析上再上一个台阶，并邀我为这套丛书写一个总序，我欣然答应。韦森君在国外攻读博士学位期间即已潜心研究当代制度分析的前沿各家论述，后来到英国剑桥大学访问期间更广泛收集了各种主要学术期刊上的制度分析经典文献。现在，这套十几部的丛书经他的策划，即将陆续由上海人民出版社和上海财经大学出版社出版，这是韦森君为我国经济学界所做的一个新贡献，也是我国经济学界的一件盛事。

译书要做到信、达、雅是一件辛苦而又充满挑战的工作，而韦森君在教学、研究之余，笔耕不辍，不但随笔文字隽永，发人深省，译著更是信、达、雅兼备，有上世纪初的译者之风。作为一位关心中国经济学科成长的学者，我感谢韦森君及这套丛书的诸位译者、校

者的努力，也期盼这套丛书的读者有志一同为中国制度经济学的研究走向国际经济学思潮的前沿而努力。

林毅夫

2003年5月18日

于北京大学朗润园

中译本自序

动态匹配与讨价还价博弈的新发展

承蒙韦森教授及其学生的辛劳工作，我的丘吉尔讲座（Churchill Lectures）的中译本得以呈现在中国读者面前。对此，我感到非常荣幸和高兴，也深表谢忱。藉此机会，我谨介绍一下自2000年本书首次出版以来在动态匹配与讨价还价博弈理论中两个令人瞩目的发展：其一是萨布连（Hamid Sabourian）和我运用复杂成本理论为鲁宾斯坦和沃林斯基（Rubinstein and Wolinsky，1990）所提出的有限行为人模型（finite-agent model）的竞争均衡给予了解释；其二是国本隆和塞拉诺（Kunimoto and Serrano，2002）为我于1986年所提出的竞争均衡模型（Gale，1986b）给予了更一般性的描述。

复杂性和竞争

丘吉尔讲座的主题之一是要说明把动态匹配与讨价还价博弈理论从连续统博弈者(a continuum of players)模型扩展到有限数量博弈者(a finite number of players)模型的必要性。在一篇开创性的论文中，鲁宾斯坦和沃林斯基(1990)——以下简称为RW——分析了由有限买者和卖者组成的一种不可分割商品的市场。他们对行为人进行匹配并就跨期交易讨价还价的不同约束条件进行了研究。在一定的条件下，该博弈的完美均衡[①]与完全竞争市场结果恰相对应。例如，如果均衡策略是马尔可夫式的(Markovian)或匿名性的(anonymous)，那么任何完美均衡均是竞争性的。然而，似乎存在一些现实条件，在这些条件下完美均衡的集合非常之大，并且其中的大多数均衡并不与完全竞争结果相符。

完美均衡的多重性，如同重复博弈的“俗定理”(Folk Theorem)那样，对任何想用动态匹配与讨价还价博弈作为完全竞争理论基础的努力均提出了严峻的挑战。我在第二次演讲(本书第3章)中讨论了这个问题，并对那些基于保证惟一性(uniqueness)和完全竞

① 我用术语“完美均衡”(perfect equilibrium)来表示“子博弈完美均衡”或“完美贝叶斯均衡”，这要视情况而定。

争的"有限记忆"的研究做了一些评论。一种可替代的研究是建立在萨布连(Sabourian, 2001)——以下简称为S所提出的复杂成本的概念基础之上的。他对实施策略的复杂成本进行了词典序最小化(lexicographic minimization)的精练化研究。他的研究表明,在RW模型的环境中,完美均衡满足这一精练条件当且仅当它们是完全竞争性的。

不幸的是,RW和S都把他们的研究限制在非常简单的环境中,即由B个完全相同的买者和S个完全相同的卖者构成的一种不可分割商品的单一市场,且每个行为人至多交易一单位商品。在异质性的(heterogeneous)市场中,买者(或卖者)对商品有不同评价,情况就更为复杂了。特别是RW所提出的精细条件不能足以确保竞争性行为。

在我和萨布连(Gale and Sabourian, 2002)——以下简称为GS(2002)——的文章中,我们以马尔可夫性质(Markov property)[①]作为起点。马尔可夫策略在动态博弈分

① Andrei Markov(1856－1922),俄国数学家。在统计学中,"马尔可夫链"是指离散状态的一个系统,其中从一个状态到另一个状态的转变有一个固定的概率。本书中所常用的"马尔可夫性质"在统计学中又称"马尔可夫链的"、"马尔可夫过程的"和"无后效过程的"。——译者注

析中非常重要,这不仅是因为它的简单性和递归结构,而且因为马尔可夫性质或一些别的静态假设经常足以减少或消除均衡的不确定性。事实上,与同质性的(homogeneous)情况不同,异质性市场具有一个非竞争性马尔可夫完美均衡的连续统(闭联集)。这个惊人的结论提出了这样一个问题:是什么因素导致动态匹配与讨价还价模型使得静态(马尔可夫性质)成了如此弱精练(weak refinement)的?

虽然马尔可夫性质不足以保证完全竞争,但它在刻画竞争行为时的确非常重要。我们的第二个结论显示,马尔可夫性质的一个简单增强即单调性(monotonicity),足以保证竞争结果。这一性质之所以吸引人,不仅是因为它的正确性,而且是因为它有助于我们理解为什么在GS中会有不同的匹配过程。特别是,如果匹配过程是确定的,任何马尔可夫均衡(适当定义以纳入随时间变化的匹配)自动满足单调性条件。反过来,单调性也显示出了与复杂成本的词典序最小化的密切关系。

我和萨布连(2003a,2003b)——下面简称为GS(2003a,2003b)—— 将S的研究直接推广到异质性市场的情况。我们发现,在具有确定性匹配与讨价还价的异质性市场

中，每一附带复杂成本的完美均衡(perfect equilibrium with complexity costs，以下简称为PEC)均对应一个竞争结果。虽然总体上的进展类似于S，但分析却更复杂。而且，为了确保竞争性行为，在匹配与讨价还价的约束条款(protocol)上必须设定实质的约束条件。正如GS(2002)中所揭示的那样，伴随随机匹配，可能存在非竞争性静态均衡的连续统。由于复杂性一般弱于马尔可夫假设，限于均衡是竞争性的，我们必须剔除随机匹配。

给定复杂性的适当定义，可以证明确定性匹配是竞争性行为的充分条件。在GS(2003a)中，我们研究行为人按外部规则每次一对的确定性匹配模型。在这种情况下，通过对S中所使用的复杂性概念进行简单扩展，就足以描述竞争性均衡，即任何PEC均是竞争性的。在GS(2003b)中，我们研究匹配是内生性的模型，即在任何时候，行为人能够选择向市场另一方的任何人开出一个报价。这一条件增加了理论困难。因为，就定义而言，报价是同时做出的，并且在报价之间可能有冲突。这就要求一个精心设计的约束条款和对复杂性的界定，但是，最终我们还是能得到一个PEC等价于完全竞争的完整描述的。

讨价还价与竞争

我(Gale,1986b,1986c)曾证明在一个普通经济中完全竞争均衡等价于相应市场博弈的完美均衡。不幸的是,等价定理的证明在那时还不是很清楚。特别是,它要求"离散偏好"这一假设,而该假设在其中的作用并不是很明确。一个更直接的不要求离散偏好假设的证明,也是由我(Gale,1986a)完成的,并在后来被奥斯本和鲁宾斯坦(Osborne and Rubinstein,1990)采用到他们的研究中。其中还有一些在一般均衡理论的标准下很严格的假设,包括偏好的常规性、曲率和凸性。国本隆和塞拉诺(Kunimoto and Serrano,2002)则试图在其研究中摒弃这些假设。从两个方面来说这是重要的。其一是试图简单地达到最一般的可能结果,即"奥卡姆剃刀"(Occam's razor)。其二是试图发现,是否策略研究确实要求非标准化假设,而这可能被视作策略研究的局限性。国本隆和塞拉诺证明了可以取消或减弱所有这些讨厌的假设。这一结果可能是动态匹配与讨价还价博弈的等价定理的确切表述。

这一证明过程所使用的一般策略与我(Gale,1986a)以及奥斯本和鲁宾斯坦(Osborne and Rubinstein,1990)的研究相类似。我以及奥斯本和鲁宾斯坦所使用的一些令人讨厌的假设在麦克伦南和索南夏因(McLennan and

Sonnenschein,1991)以及待发表的达甘、塞拉诺和沃利吉(Dagan, Serrano and Volij,待出)的研究中被放松了。然而,正如达甘、塞拉诺和沃利吉所指出的那样,麦克伦南和索南夏因的分析局限于一个稳定状态,回避了一些重要问题,但也产生了一个严重的概念问题。而达甘、塞拉诺和沃利吉摒弃了对配对交易(pair-wise trade)的限制,允许尽可能多的联盟形成。于是,该模型获得了埃奇沃斯联盟形成(Edgeworthian coalition-formation)研究的某些特点,这是非常令人信服的,但在精神上与最初文献关注配对交易的做法有所不同。国本隆和塞拉诺则回归到古典框架,运用了配对匹配,也没有任何静态限制。

除了把其他研究工作的观点汇集在一起以外,这篇论文的主要创新之处还在于,通过运用一种离散的超平面论证,揭示出了这样一个结论:相对于一个给定的价格向量,行为人能取得他们的瓦尔拉斯得益(Walrasian payoff)。这个结论是优美而重要的。在一定意义上,他们运用全部可能的交易来描述均衡结果,而我以及奥斯本和鲁宾斯坦所做的研究只是针对某一特定交易。我想,他们的假设如果不是完全不能再弱化的,至少也是无法再显著弱化了。无论如何,这是迄今为止最优美和一般的证明。

有限理性，协调以及未来的研究

在第三次讲座（本书第4章）中，我探究了在一个竞争性市场中有限理性学习的简单例子。在跋（第5章）中，我提请人们注意当行为人不能同时参与所有市场活动时所产生的"协调问题"（coordination problem）。迄今为止，我还不清楚有什么研究工作接受了本书这部分所提出的挑战，但是，也许这个中译本的读者可能会受到激励去研究这些重要问题。

道格拉斯·盖尔

2003年2月24日于纽约

参考文献：

Chatterjee, Kalyan and Hamid Sabourian(2000), "Multiperson Bargaining and Strategic Complexity", *Econometrica* 68, 1491–1509.

Dagan, Nir, Roberto Serrano and Oscar Volij (to appear), "Bargaining, Coalitions and Competition", *Economic Theory*.

Gale, Douglas (1986a), "A Simple Characterization of Bargaining Equilibrium in a Large Market Without the Assumption of Dispersed Characteristics", University of Pennsylvania Center for Analytic Research in Economics and the Social Sciences (CARESS) Working Paper: 86-05, pages 19.

——(1986b), "Bargaining and Competition Part Ⅰ: Characterization", *Econometrica* 54, 785 – 806.

——(1986c), "Bargaining and Competition Part Ⅱ: Existence", *Econometrica* 54, 807 – 818.

——(2000), *Foundations of General Equilibrium: Dynamic Matching and Bargaining Games*, Cambridge: Cambridge University Press.

Gale, Douglas and Hamid Sabourian (2002), "Markov Equilibria in Dynamic Matching and Bargaining Games", available on the web at www.nyu.edu/econ/user/galed/papers.html.

——and——(2003a), "Competition and Complexity, Part Ⅰ: Sequential Matching", in preparation.

——and——(2003b), "Competition and Complexity, Part Ⅱ: Simultaneous Endogenous Matching", in preparation.

Kunimoto, Takashi and Roberto Serrano (2002), "Bargaining and Competition Revisited", Working Papers 2002-14, Brown University, Department of Economics.

McLennan, Andrew and Hugo Sonnenschein (1991), "Sequential Bargaining as a Noncooperative Foundation for Walrasian Equilibrium", *Econometrica* 59, 1395 – 1424.

Osborne, Martin and Ariel Rubinstein (1990), *Bargaining and Markets*, San Diego; London; Sydney and Toronto: Harcourt Brace Jovanovich, Academic Press.

Rubinstein, Ariel and Asher Wolinsky (1990), "Decentralized Trading, Strategic Behaviour and the Walrasian Outcome", *Review of Economic Studies* 57, 63 – 78.

Sabourian, Hamid (2001), "Bargaining and Markets: Complexity and the Walrasian Outcome", Cambridge University, unpublished.

致谢

本书是基于我1997年11月在剑桥大学所做的三次讲座的演讲稿而完成的。最初Frank Hahn邀请我做这些讲座。在剑桥期间，我承蒙丘吉尔学院(Churchill College)的院长和院士们的热情款待，Jayasri Dutta是个热情的东道主。我的这些讲座的讨论人Sudipto Bhattacharya曾对讲座内容提出了睿智且深刻的评论。Hamid Sabourian在剑桥和纽约与我的深入交谈中，也曾提出了许多有益的意见，尤其对第3章的论题更是如此。Robert Rosenthal阅读了第4章并做了有益评论。Juan Dubra仔细阅读了初稿，做了大量修改，并提出了许多建议，Viral Acharya对第2章的后期草稿也提出了许多修改意见和建议。剑桥大学出版社则同意出版这一讲座系列，并且由该出版社的Patrick McCartan和Ash-

win Rattan 具体负责了出版工作。国家科学基金和纽约大学的 C.V. Starr 中心亦向与本讲座有关的研究提供了资金资助。对上述一切,这里谨志谢忱。

The Churchill Lectures in Economic Theory

Strategic Foundations of General Equilibrium

Dynamic Matching and Bargaining Games

by Douglas Gale

Published in the United Kingdom by the Press Syndicate of the University of Cambridge

“当代经济学系列丛书”可供书目

当代经济学文库

产业集聚与中国地区差距研究/范剑勇著
企业理论、公司治理与制度分析/刘汉民著
中国区域经济发展中的市场整合与工业集聚/陆铭　陈钊著
经济发展与收入不平等：方法和证据/万广华著
市场秩序和规范/洪银兴著
选择行为的理性与非理性融合/何大安著
在交易成本不为零条件下的一般均衡/谢志平著
边缘性进入与二元管制放松/白让让著
中国人力资本投资与城乡就业相关性研究/侯风云著
中国的奇迹：发展战略与经济改革（增订版）/林毅夫等著
制度、技术与中国农业发展/林毅夫著
现代三大经济理论体系的比较与综合/樊纲著
公有制宏观经济理论大纲/樊纲著
非瓦尔拉均衡理论及其在中国经济中的应用/袁志刚著
中国的过渡经济学/盛洪主编
分工与交易——一个一般理论及其对中国非专业化问题的应用分析/盛洪编著
“双轨制”经济学：中国的经济改革（1978—1992）/张军著
中国的工业改革与经济增长：问题与解释/张军著
货币政策与经济增长/武剑著
经济发展中的中央与地方关系/胡书东著
劳动与资本双重过剩下的经济发展/王检贵著
中国高速增长地域的经济发展/陈建军著
区域产业结构调整与主导产业选择研究/江世银著
国际区域产业结构分析导论：一个一般理论及其对中国的应用分析/汪斌著
信息化与产业融合/周振华著
中国工业与技术发展/殷醒民著

企业的进入退出与产业组织政策/杨蕙馨著
中国转轨过程中的产权和市场/刘小玄著
企业的产权分析/费方域著
经济转轨中的企业重构:产权改革与放松管制/陈钊著
公司治理结构:理论与实证研究/孙永祥著
企业剩余索取权:分享安排与剩余计量/谢德仁著
水权解释/王亚华著
劳动力流动的政治经济学/蔡昉等著
工资和就业的议价理论:对中国二元就业体制的效率考察/陆铭著
居民资产与消费选择行为分析/臧旭恒著
中国消费函数分析/臧旭恒著
中国经济转型时期信贷配给问题研究/文远华著
信贷紧缩、银行重组与金融发展/钱小安著
投资运行机理分析引论/何大安著
融资管理与风险价值/肖林著
偏好、信念、信息与证券价格/张圣平著
金融发展的路径依赖与金融自由化/彭兴韵著
金融管制的确立及其变革/周子衡著

当代经济学译库

企业成长理论/伊迪丝·彭罗斯著
财产权利与制度变迁:产权学派与新制度学派译文集/A.阿尔钦 R.科斯等著
新制度经济学——一个交易费用分析范式/埃里克·弗鲁博顿等著
管理困境:科层的政治经济学/盖瑞·J.米勒著
个人策略与社会结构:制度的演化理论/H.培顿·扬著
产权的经济分析/Y.巴泽尔著
私有化的局限/魏伯乐等著
企业制度与市场组织——交易费用经济学文选/陈郁编
所有权、控制权与激励——代理经济学文选/陈郁编
财产、权力和公共选择/A.爱伦·斯密德著
经济利益与经济制度——公共政策的理论基础/丹尼尔·W.布罗姆利著
产业组织/乔治·J.施蒂格勒著

人类行为的经济分析/加里·S.贝克尔著
集体行动的逻辑/曼瑟尔·奥尔森著
管制与市场/丹尼尔·F.史普博著
不完全竞争与非市场出清的宏观经济学：一个动态一般均衡的视角/让-帕斯卡·贝纳西著
宏观经济学：非瓦尔拉斯分析方法导论/让-帕斯卡·贝纳西著
发展经济学的革命/詹姆斯·A.道等著
演化博弈论/乔根·W.威布尔著
一般均衡的策略基础：动态匹配与讨价还价博弈/道格拉斯·盖尔著
资产组合选择与资本市场的均值—方差分析/哈利·M.马科维兹著
金融理论中的货币/约翰·G.格利著
货币和金融机构理论（第1卷、第2卷）/马丁·舒贝克著
家族企业：组织、行为与中国经济/李新春等主编
资本结构理论研究译文集/卢俊编译
企业、合同与财务结构/哈特著
环境与自然资源管理的政策工具/托马斯·思德纳著
环境保护的公共政策/保罗·R.伯特尼等著
生物技术经济学/D.盖斯福德著

当代经济学教学参考书系

高级微观经济学/黄有光 张定胜著
合同理论/帕特里克·博尔顿等著
鲁宾斯坦微观经济学讲义/阿里尔·鲁宾斯坦著
微观经济学：现代观点（第六版）/H.范里安著
《微观经济学：现代观点》练习册（第六版）/H.范里安等著
信息与激励经济学/陈钊编著
博弈论与信息经济学/张维迎著
经济理论中的最优化方法（第二版）/阿维纳什·K.迪克西特著
全球视角的宏观经济学/杰弗里·萨克斯著
集体选择经济学/乔·B.史蒂文斯著
政府采购与规制中的激励理论/让-雅克·拉丰等著
全球市场中的企业与政府（第6版）/默里·L.韦登鲍姆著
货币、银行与经济（第六版）/托马斯·梅耶等著

图书在版编目（CIP）数据

一般均衡的策略基础：动态匹配与讨价还价博弈/（美）盖尔著；韦森译校.—上海：格致出版社：上海人民出版社，2008
（当代经济学系列丛书. 当代经济学译库/陈昕主编）
ISBN 978-7-5432-1429-3

Ⅰ. 一… Ⅱ. ①盖…②韦… Ⅲ. 一般均衡论 Ⅳ. F019.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第037909号

责任编辑 李 娜
装帧设计 敬人设计工作室
吕敬人

一般均衡的策略基础
——动态匹配与讨价还价博弈

［美］道格拉斯·盖尔 著
韦 森 总译校

格致出版社·上海三联书店·上海人民出版社
（200001 上海福建中路193号24层 www.ewen.cc）



编辑部热线 021-63914988
市场部热线 021-63914081
www.hibooks.cn

世纪出版集团发行中心发行
上海商务联西印刷有限公司印刷
2004年4月第1版
2008年4月新1版
2008年4月第1次印刷
开本：850×1168 1/32
印张：8.75 插页：5 字数：182,000

ISBN 978-7-5432-1429-3/F·55 定价：18.00元

当·代·经·济·学·译·库

目　录

一般均衡的策略基础

MULU

1 市场与博弈

1.1 完全竞争的策略基础

在这几次讲座中，我所要讲的是20世纪80年代初期开始的一项研究。作为一项更大的、正在进行并将持续很长一段时间的研究项目的一个组成部分，它旨在为完全竞争理论[①]提供策略基础。自亚当·斯密(Adam Smith，1976)时代开始，完全竞争理论就一直在经济分析中占据中心地位。通过为完全竞争理论提供策略基础，经济学家们就能够用博弈论的原理来促使或证实对于市场的宏观视角的描述。在对市场所作的宏观视角的描述中，某些行为特征——如价格接受行为等——被认为是理所当然的。博弈论首先分析的是个体行为人，并模型化他们的策略互动。竞争均衡的策略基础必须表明，理性行为人之间的策略互动是如何导致竞争性的价格接受行为的。事实上，这一研究包括以下三个步骤：

1. 首先，对市场或整个经济进行描述。

在这一步骤中，经济学家必须详细界定

进行交易的商品，构成市场或经济的行为人(家庭和企业)，以及他们的偏好、所拥有的资源和可取得的技术。

2. 其次，定义一个扩展式的市场博弈，以描述市场或经济中行为人的行为。

在这一步骤中，经济学家需要具体界定行为人，每个行为人所能够得到的信息、可以采用的策略及其各种选择所造成的结果和所得得益。

3. 再次，对市场博弈进行分析，以证明在一定的条件下，均衡的最终结果符合初始市场或经济的完全竞争均衡。

本研究项目可以通过多种方法进行下去。这里，我将讨论的仅是其中一类模型，即饶有趣味且富有成效的动态匹配与讨价还价博弈(dynamic matching and bargaining game，以下简称为 DMBG)。在深入讨论问题之前，我想先谈谈促成这项研究的动机。

1.2 为什么要研究策略基础?

初次接触这类研究的人可能首先会问:“为什么?”为什么居然会有人愿意花时间来为完全竞争理论构建策略基础? 毕竟，竞争均衡理论已经被很好地解释了，并且自成一个独立的体系。这一理论在一百多年前由马歇尔(Alfred Marshall)[②]和瓦尔拉斯(Léon Walras)[③]两位经济学家所奠基。而由阿罗(Kenneth Arrow)、德布鲁(Gérard Debreu)、麦肯齐(Lionel Mckenzie)以及后来者们发展起来的现代公理式的理论体系，则可谓是经济学为人们所提供的最为完整和最明确的理论架

构。[④]阿罗、德布鲁、麦肯齐等人并没有研究步骤 2 和步骤 3 的工作,相反,他们只是简单地假定家庭在预算约束条件下最大化其效用,而企业在生产技术约束条件下最大化其利润,并且假定价格会进行调整,直至市场出清。那么,为什么我们还需要了解更多呢?原因有以下三点:

博弈与市场

第一点理由源自于博弈论的兴起。自从一般均衡理论的基础在 19 世纪奠定之后,博弈论在经济学中所起的作用就越来越重要。按照冯·诺依曼(von Neumann)和摩根斯顿(Morgenstern)的说法,博弈论为分析相互作用的决策提供了一个一般性的而且非常有效的分析框架。只要在一定程度上接受博弈论为分析个体的决策行为提供了正确的分析框架这一观点,我们就应该将其作为分析市场中个体行为的一种工具。然而不幸的是,竞争均衡模型并不是严格的和规范意义上的博弈。具体而言,博弈具有市场均衡模型所不具备的两个诱人的特点:

- 在一个策略博弈中,所有的内生变量都是由博弈中的行为人选择的。
- 在一个策略博弈中,行为人所选择的任何策略组合都只能决定博弈的惟一可行结果。

竞争均衡理论中存在一个早就为人们所知却又难以解决的缺陷是它无法解释价格从何而来。有时,我们仅仅说价格是由某个“拍卖人”所选择的,但关键是它们和其他的内生变量一样,是由市场出清条件“决定的”的自由参数。换言之,与策略博弈不同的是,市场均衡模型中有一些不是由行为人所

选择的内生变量。

古典竞争均衡模型的另一个缺陷在于它假设行为人相信可以按现行价格购买和出售任何数量的东西。确实,在均衡状态下,行为人可以购买和出售任何数量的东西,但是如果一个行为人偏离他的均衡而有超额需求,他将会发现这一假设就不再成立。除非行为人的确可以被忽略不计,否则任何对均衡状态的偏离都会导致难以满足的超额需求。结果便使得市场不能出清,而且部分行为人的交易愿望将得不到满足。用博弈论语言来说,就是存在一些没有可行的博弈结果与之相对应的策略组合(除非我们放弃行为人可以按他们的意愿交易任何数量东西的假设)。

因此,与博弈论的分析框架相比,竞争均衡模型在处理价格和交易的可行性方面往往不够精确。

当然,这些不足之处并不意味着竞争均衡模型是个"糟糕的模型"。相反,它其实可以被看作是一个更为复杂模型或过程的简化形式,只描述最后结果而不介绍细节。为完全竞争建立策略基础的一个好处便是,我们将不得不对过程进行彻底的描述,并且解释竞争均衡的结果是如何实现的。这个完整的模型自然也就是一个扩展式的博弈。

完全竞争在什么情况下适用?

需要竞争均衡的策略基础的第二个理由是为完全竞争提供一个基本的理论依据。对这一理论的规范论述可能是非常优美的,但它并没有告诉我们为什么该理论适用或者在什么情况下该理论是适用的。譬如,尽管在只存在两个行为人的市场中一般不可能实现完全竞争,我们仍然可以将只具有两

种商品和两个行为人的埃奇沃思箱形经济(Edgeworth Box economy)定义为一个完全竞争均衡。[5]在这种规范定义中,一点也没有告诉这种模型是否适用于存在两个或一百个,或者是一百万个行为人的经济。

为完全竞争提供策略基础的一个好处便是我们将不得不构建一个博弈模型,在这个博弈模型中,完全竞争只是众多可能结果中的一个。随后,我们可以证明,在一定条件下竞争是惟一的均衡结果。从一个更为一般化的分析框架中推导出完全竞争的结论为我们分析竞争均衡提供了基本的理论基础:它表明在什么条件下,竞争均衡模型能够很好地描述经济行为人之间的理性互动。

本项研究的这一方面是通过极限定理(limit theorems)和极限处定理(theorems in the limit)之间的区别来阐明的。完全竞争是一种理想化的状态,是根据对现实状态或多或少不完美地近似而得来的,且只在某些特定的情况下存在。而要判断这种理论上的近似什么时候才是合理的,并不是一件简单的工作。有些市场可能近似于完全竞争,另一些则并不是。我们如何知道哪些是哪些不是呢? 让我们考察一个行为人的数量可以无限制增长的经济序列。在极限情况下,存在一个单个的个体并不重要的行为人连续统。究竟在哪一点上这个经济是"竞争性的"? 极限处定理说明了究竟在何种条件下,可以认为实现了完全竞争的结果;然而,极限定理则告诉我们,当我们逐渐趋于这些条件时,观察到的结果将接近于竞争性结果。

通过在一个单一理论框架中引入对均衡行为的不同考虑,我们便可以区别不同形式的竞争会在何种条件下出现,并

将各种条件进行分门别类。因此,完全竞争策略基础的另一个用处是可以更好地理解完全竞争是对市场行为的一种合适描述的条件。

规范经济学

完全竞争策略基础的另一个用处源自于作为一个规范理念的竞争均衡所具有的作用。福利经济学的经典定理告诉我们,在一定的条件下,每一完全竞争均衡的配置都是帕累托效率的,而且每一个帕累托效率的配置均可以被分权化为具有一次总支付性质的完全竞争均衡。然而,完全竞争又是如何发生的呢?在什么样的现实制度下才能够获得合宜的结果呢?为了使完全竞争理论成为实现有效率资源配置的实用性工具,仅仅知道完全竞争结果的定义是远远不够的。我们还需要一个理论来解释在什么样的制度和条件下,完全竞争才是理性的行为人之间互动决策的结果。换言之,我们需要一个解释完全竞争的策略基础的理论。因为,博弈理论模型对于支撑市场的各种制度有着比较完备的描述,从而有利于我们更为深入地理解完全竞争能够实现或是不能实现的原因之所在。这种理解可能会促使不断提高竞争程度的政策的出台,以最终达致完全竞争。或者说,这也使我们知道在某种情况下完全竞争并不是最优的。

1.3 合作市场博弈

为竞争提供一个博弈理论基础的努力几乎与竞争理论本

身是一同产生的。

在《数学心理学》(*Mathematical Psychics*)一书中,埃奇沃思(Francis Ysidro Edgeworth, 1881)提出了一个含义宽泛的主题:数学在社会科学中的应用性问题。尤其是,他提出了个人的行为是否是“确定性的”(determinate)——即是否可以通过数学模型加以预测——这一问题。他认为,在只有很少经济行为人参与的情况下,社会过程也许是不确定的,但当行为人数量很大时,社会过程就变为确定性的了,因而也就可以进行数学分析了。比如,埃奇沃思研究了在我们称之为埃奇沃思箱形经济中两个行为人之间的交易行为。他认为这种交易的结果不能确定,因为这必须依赖于效率和个人理性。但随着交易者的数量增加,交易的结果也随之越来越成为确定性的了。在大量交易者存在的情况下,重订契约(recontracting)的可能性限制了可能结果的数目,而在极限的情况下,就只存在完全竞争的结果了。

在《数学心理学》一书中,埃奇沃思采用了如上所述的三个证明步骤。通过一个联盟博弈(a coalition-forming game)展示行为人的行为来描述一个经济,并且证明在一定条件下博弈的解符合完全竞争均衡的结果。用现在的术语来说,他描述了一个包含有限数量行为人的交换经济模型。每个行为人都具有一个对该经济中现有商品的初始禀赋和一个规定他们各自所能消费的可能商品组合的消费集,以及对其消费集的偏好。资源通过行为人之间的联盟(coalition)得以配置。严格说来,联盟是指任何非空的行为人集合。如果分配给每个行为人的商品组合属于其消费集且所有商品组合的加总等于联盟各方总的禀赋,那么对联盟来说配置就是可以实现的。

如果联盟可以实现一个配置并且该配置能够使联盟各方均得益，那么这个联盟就可以改进一个可行配置的效率。埃奇沃思通过提出契约曲线(contract curve)这一概念来描述重订契约过程的结果。现在我们称契约曲线为市场博弈的核(core)。该曲线包括所有可行但不能通过任何联盟而实现改进的配置的集合。埃奇沃思证明，当行为人的数量增加到无穷大时，市场博弈的核便会收缩，一直到只存在完全竞争均衡的配置为止。

这一深刻的结论，在19世纪众多经济理论方面的贡献中凭其深度和美感而独领风骚。舒比克(Shubik，1959)通过证明核与契约曲线的等价性从而再现了这一结论。随后的十五年，这一理论被不断发扬光大并加以完善，并最终在希尔顿布兰德(Hildenbrand，1974)的著作中被确定下来。

现在我们已经通过一些定理知道，当交易者的数量变得非常大时，沙普利值(Shapley value)(Aumann and Shapley，1974)，讨价还价集合(MasColell，1989)，公平交易集合(Schmeidler and Vind，1972)，以及一些其他解的概念都可归结到瓦尔拉斯配置集合。众多截然不同的探究问题的思路导向同一结论这一事实有力地证明了竞争均衡的普适性。

所有这些为完全竞争寻求策略基础的尝试都运用了合作博弈理论。[6]然而，合作博弈的分析方法也有其局限性。有些可能只适用于特定的合作解，比如核的概念；另一些则适用于一般性的合作博弈。

一般而言，合作博弈理论的一个引人入胜之处便在于它为策略稳定性提供了一个标准，这种稳定性能够直接产生博弈解，而不必要繁琐地牵涉到一个扩展式博弈。我们没有必

要细化每一个博弈者的策略集、弈招的次序(the order of moves)、信息集,或者博弈者对他们对手的行为的判断。惟一需要的是,对被认作为可信的博弈结果有一个比较方便的定义。

特别是,完全没有必要再具体解释已被很好界说的每个博弈者的最大化问题。然而,这也可能被看成是一种缺陷。正如希克斯(John Hicks)在他的"对简化货币理论的一项建议"(Hicks,1967)中所提到的那样,即使不要求任何人去最大化什么,地球照常运转。对每个行为人来说,一个明确定义的最大化问题显然是现代经济学的基石之一。而合作博弈理论没有必须具体说明每个行为人的最大化问题的要求。因此,它避免了许多问题。

注意一下合作博弈理论在市场博弈中的运用,就会发现这一点。这里不妨以核为例。关于核的正式定义只是为稳定性提供了一个标准,而并没有描述联盟形成的过程。如果没有任何联盟能够改进一个配置的效率,那么这种配置就属于核。该定义中暗含的意思是,如果某种配置不属于核,那么它永远都不会成为一个均衡,因为其存在由该定义确保的改进联盟会阻止均衡的实现。为什么改进联盟会带来这种结果?原因还不是很清楚。事实上,如果不了解为什么某一种配置会成为第一选择,那这个问题就很难理解了;但是,如果仅仅是为了推理的缘故,可假定非核配置不知如何产生了。于是,我们就很容易发现这样一些配置:它们(1)不属于核,(2)使某些行为人的境况比在任何核配置中更好,(3)只有通过把那些在任何核配置中境况更差的行为人组成联盟才能改进效率。在这种情况下,如果核确实被认为是一种解的话,那么,否决

这种配置的改进联盟就将是非常短视的，因为当最终达致核配置的时候，境况会更差。看来核的概念似乎是要求行为人目光短浅，争先恐后地去加入改进联盟，以至于损害他们自己的利益。

更为复杂的合作解概念试图消除这种短视行为；但这种合作框架本身就是一致性理论的障碍，因为它没有为每个行为人提供一个明确定义的最大化问题。如果没有扩展式博弈，那么很多诸如此类的问题都将永远无法得到令人满意的解答。

为此，纳什（Nash，1951）提出合作博弈应该被还原为非合作博弈。他的解释是，所谓合作博弈，是存在无限的博弈前信息交流的，而且在博弈开始之前就存在有约束力的协议。非合作博弈则不存在博弈前的信息交流和有约束力的协议。（很明显，这种分类并不周延，而且其他的一些特征使其更加不能令人满意，但既然这种术语已经约定俗成了，我还是继续使用它。）合作博弈前的这种交流和承诺并没有严格的模型，但它们也应该被看作是博弈的一部分，并用与规范博弈一样的原则进行分析。为了这样做，我们对博弈前的这种交流和承诺建构了明确的模型，而后则用分析非合作博弈的方法对该博弈中的行为人的行为进行分析。这种将合作理论中的非规范化部分明确化从而将合作博弈简化为非合作博弈的过程就被称为纳什规划（Nash Program）。

纳什规划应该引起经济学家的注意，因为它采纳了希克斯原则（Hicks' principle），即每个行为人都应该有一个明确定义的最大化问题要解决。采用非合作博弈理论来为完全竞争提供策略基础便成了合作博弈理论的早期使用的自然延

伸。最终，竞争市场的一个令人满意的策略基础还是需要一个(扩展式的)非合作博弈的。这也正是我这里想要做的事，即运用非合作博弈理论为市场的实际过程提供一个更为完整的描述，而后推导出我们所熟悉的特定条件和假设所隐含着的竞争结果。

1.4　非合作市场博弈

最初从非合作视角研究竞争要比研究核早大约 50 年。它起始于古诺(Cournot，1838，1960)对双头垄断的分析。古诺分析了想通过营销矿泉水而达致利润最大化的两个矿泉水业主的问题。双头垄断不满足完全竞争的条件，古诺模型中的非合作均衡预测到每个供应商会为了提高价格和增加利润而限制矿泉水的产量。然而，随着越来越多的供应商加入，在某条件下，当供应商的数量趋向于无穷大时，非合作均衡在极限处将趋同于竞争均衡。尤为重要的是，给定供应商们所面对的市场需求曲线，古诺模型是适用于任何数量行为人的一个明确定义的博弈模型。

这种竞争均衡的解决方法被舒比克(1973；亦可参见 Sharpley and Shubik，1977)在他的古诺市场博弈(Cournotian market game)中一般化了。这里所介绍的只是古诺－舒比克市场博弈(Cournot－Shubik market game，以下简称为 CSMG)的一种版本。分析开始于一个由有限行为人组成的交换经济。在这一经济中，每个行为人都拥有一笔资源禀赋并可以将其携带到交易中心进行交易。他们每个人都被给予不同数

量的象征货币,以用来竞价购买交易中心内一定数量的商品。每个行为人的竞价策略是,给每种商品报非负价格,所有商品报价总和等于其拥有的资金数。一旦所有的行为人都确定了他们的报价,商品将根据报价按比例进行分配,这也就是说,一个行为人所能获得的某种商品的比例等于他对该商品报价占所有行为人对该商品总报价的比例。这里并没有一个明确的价格,每个行为人都认识到他最后能够得到的商品数量不仅取决于他自己的报价,还取决于所有其他行为人的报价。而且,在一个有限经济中,每个行为人都拥有市场垄断力,也就是说,每个行为人都有能力通过改变自己的报价来改变隐含的以货币交换商品的比率。然而,当行为人的数量无限增加时,在某些正常条件下,CSMG 的纳什均衡结果将收敛于瓦尔拉斯配置。

这些模型还有很多其他变量,比如说商品货币、信用、破产、“欺诈贸易”(wash trading)等。最关键的是,CSMG 是一个明确定义的扩展式博弈,它将古诺模型的局部均衡扩展成涵盖一个经济的一般均衡。

CSMG 为竞争提供了一个策略基础,因而它与本书所要做的研究在精神上是一致的。然而,与 DMBG(动态匹配与讨价还价博弈)相比,CSMG 还是有一些重要特征。第一个特征便是,虽然价格并没有明确地进入分析,但在 CSMG 的定义中就暗含有这样一个假设,即同一种商品的所有交易均按同一价格进行。更精确地说,每个行为人都得到某种商品的一部分,而该部分的比例等于他对该商品的报价占所有报价总和的比例。每个行为人都按同样的比率即同样的价格以货币交换商品。所以,在某种意义上,价格因素在该模型中的设

定与最初的古诺双头垄断模型是一致的。

第二个更微妙的特征是，制度结构是高度集权的，这同样是就定义而言的。每个行为人都与其他行为人竞价，所有的报价总和起来（加总）得出最终结果。这类似于假设每个行为人都在一个集权化的市场中交易，市场机制对称地对每个行为人起作用。此外，我们可以将禀赋与总报价的比例视为价格。只有放松对价格接受的假设才能将该模型与瓦尔拉斯竞争均衡模型区别开来。

因此，关于 CSMG 的定义就已经包含了瓦尔拉斯竞争均衡理论中的一些特征。这并不是对作为竞争均衡策略基础的 CSMG 的批判；但是，有时候我们更想从原初的概念开始理论分析，比如说，考虑分散性交易，允许不同的行为人按不同的价格交易。这样的话，就需要有 DMBG 框架了。

1.5 动态匹配与讨价还价模型

一项成功的模型化策略是动态匹配与讨价还价博弈（DMBG）之类的研究。它把经济学两大分支——搜寻理论（search theory）和讨价还价理论（bargaining theory）——的基本元素结合在一起。假设经济行为人随机地寻找交易机会，而他们何时满足交易条件则由讨价还价来决定。在历史上曾经有一个时期市场确实如此运作（想像一下原始社会的物物交换或早期的股票交易）。尽管自那时起，大多数市场都已经开始演变了，但就在这个框架内使其有相关性而言，仍有其现实意义。并且，这个框架的灵活性使其能够成为“思想实验”

的一个很好的实验室，以对有关实际市场行为和设计出更好的市场等问题进行调查。在这一部分，我将对有关 DMBG 研究文献的成果进行回顾。

轮流出价的讨价还价模型

20 世纪 80 年代早期是讨价还价理论非常活跃的一段时期。引发这一时期富有创造性的讨论的事件是鲁宾斯坦(Rubinstein，1982)关于轮流出价的讨价还价模型论文的发表。尽管这个模型的主要思想早在十年前就已经由斯塔尔(Stahl，1972)提出，而且其模型中关于有限次讨价还价的分析已经在某些书中出现(Moulin，1986)，但鲁宾斯坦对无限次讨价还价问题的成功分析，引起了世界各地理论家的注意。

人们目前已知晓斯塔尔—鲁宾斯坦(Stahl - Rubinstein)模型的基本原理，其更一般的版本可以在宾默尔、鲁宾斯坦和沃林斯基(Binmore，Rubinstein and Wolinsky，1986)的论文中读到。假如两个人要分一块蛋糕。不失一般性，我们可以假设蛋糕值一美元，任何如下的切分方法$(x,1-x)$都是可行的，即博弈者 1 分得 x 的份额$(x\geqslant 0)$，博弈者 2 分得 $1-x$ 的份额$(1-x\geqslant 0)$。两个博弈者的讨价还价博弈情形如下：首先，博弈者 1 提出一个切分方法$(x, 1-x)$，博弈者 2 可以接受或者拒绝这个报价，如果他接受了，则博弈结束，他们按照这种切分方法去切割蛋糕；如果博弈者 2 拒绝这个报价，那么他会提出一个切分方法$(y,1-y)$，博弈者 1 可以接受或者拒绝，博弈过程按这个方式持续进行下去，直到他们达成一个协议。若他们最终没有达成协议，那么他们什么也得不到。

假设这些博弈者没有耐心，协议的达成被拖延的每个时

期,他们的得益都会有一个折扣。博弈者 i 的贴现因子由 $\delta_i(0<\delta_i<1)$ 来表示。若在 t 期博弈者们同意$(x, 1-x)$的切分方法,那么博弈者 1 的得益就是 $\delta_1^{t-1}x$,博弈者 2 的得益是 $\delta_2^{t-1}(1-x)$。这种折扣代表了讨价还价的成本:其他条件相同,对两个博弈者而言,达成协议所需的时间越长,他们的"蛋糕"就会越小。

人们可能还记得,埃奇沃思(1881)把讨价还价问题看作是不确定性的(indeterminate)。纳什(1953)提出了一个同时要价博弈,在该博弈中任何帕累托效率的切分方法都是一个均衡结果。而由斯塔尔和鲁宾斯坦所证明的这个惊人的结论则表明,讨价还价问题是确定性的,更精确地说,轮流出价的讨价还价博弈有惟一的子博弈完美均衡(subgame-perfect equilibrium,简称 SPE)⑦,在该均衡中博弈者即刻达成协议,并且切分方法是:

$$\left(\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}, \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}\right)$$

该结果是不对称的,因为不同的博弈者有不同的贴现率,并且博弈者 1 有先行者优势。如果假定博弈者有相同的贴现率,即 $\delta_1=\delta_2=\delta$,那么均衡的切分方法就是$(1/(1+\delta), \delta/(1+\delta))$。博弈者 1 会得到更大的份额,因为他是先行者。

现在假设通过缩短相继的讨价还价回合中的时间间隔而使讨价还价过程加速了。当每一期的长度变得无穷小时,先行者优势就消失了。例如,令 τ 表示每一期的长度,那么贴现因子 δ 就由 $e^{-\rho\tau}$ 给出,ρ 是时间偏好的瞬时比率。保持 ρ 不变,当 $\tau\to 0$ 时 $\delta\to 1$。容易看出:当 $\delta\to 1$ 时,蛋糕均衡的切分方法会趋向于对称的纳什讨价还价解(1/2,1/2)。

若简单地放松这里的几个假设，那么解的惟一性就不存在了。例如，如果有三个博弈者，那么就可能得出无限个子博弈完美均衡(Shaked, 1994)。如果可能的切分方法的集合是离散的而不是连续的，那么也同样会有许多子博弈完美均衡。

关于这个有趣的框架还有许多话可以说(Osborne and Rubinstein, 1990)，但以上这些论述是下文所述内容的基础。

马歇尔市场

非合作讨价还价理论在竞争均衡中的应用是由鲁宾斯坦和沃林斯基(Rubinstein and Wolinsky, 1985)在一篇开创性的论文中所提出的。他们用轮流出价的讨价还价模型作为一个马歇尔市场(Marshallian market)中"竞争性"价格决定的策略基础。

这个模型由一个交易者连续统(a continuum of traders)所组成，即一种不可分割商品有 M 个买者和 N 个卖者。每个买者最多想得到一单位的该商品，他对这一单位商品的估价是 1 美元；每个卖者拥有一单位的该商品，他对这一单位商品的估价是 0 美元。如果一个买者和一个卖者完成了交易，他们就实现了 1 美元的剩余。从交易中所获的得益就是那块"蛋糕"，对此买卖双方将进行讨价还价。

在每一期，买卖双方会通过随机组合而结成一对，每一对由一个买者和一个卖者组成。在交易中，随机选择一个行为人进行报价，另一个行为人可以接受或者拒绝这个价格。若协议达成(即出价被接受)，买卖双方就会交易并且离开市场。离开市场后，每个人消费他得到的那部分剩余；若协议没有达成，买卖双方就会留在市场中，直到下一期。任一没有配对的

行为人则被动地留在市场中,直到下一期。

一对行为人可以一起留下,并连续讨价还价几个时期,但如果他们中的一个和另一个其他的行为人匹配成对,那么就假设他离开他的前搭档并与他的新搭档开始讨价还价。[8]这是合伙关系中断的惟一途径。

买卖双方的贴现因子都是 δ。若协议是经过 t 期的讨价还价后在价格 p 上达成的,那么卖者得到的得益为 $\delta^{t-1}p$,而买者得到的得益为 $\delta^{t-1}(1-p)$。

一个行为人不管在什么时候离开市场,他都会立刻被另一个同样的已准备进行交易的行为人替代,所以买者和卖者的数量是不随时间改变的。

上面描述的模型不是一个冯·诺依曼和摩根斯顿(1980)意义上的博弈。特别是该模型中没有初始结点(initial node),而是有一个博弈者连续统。鲁宾斯坦和沃林斯基研究了所谓的准静态子博弈完美均衡(quasi-stationary subgame-perfect equilibrium),该均衡就像一个没有考虑某些可能的结点而形成的子博弈完美均衡。他们的研究结果表明,存在一个惟一的均衡,在该均衡中买卖双方一旦匹配成对,就会达成协议。这种均衡分割既依赖于配对的概率,也依赖于贴现因子和报价者的同质性(identity of the proposer)。若一个卖者在每一期以 $\alpha(0<\alpha<1)$的概率遇到一个新的买者,而一个买者在每一期以 $\beta(0<\beta<1)$的概率遇到一个新的卖者,那么,卖者报价时,均衡价格是:

$$x^{*}=\frac{2(1-\delta)+\delta\alpha-\delta(1-\delta)(1-\alpha)(1-\beta)}{2(1-\delta)+\delta\alpha+\delta\beta}$$

而买者报价时,均衡价格是:

$$y^* = \frac{\delta\alpha + \delta(1-\delta)(1-\alpha)(1-\beta)}{2(1-\delta) + \delta\alpha + \delta\beta}$$

在这个模型中，期间长度既代表相继匹配之间的时间间隔，又代表任何一对讨价还价行为人的相继报价之间的时间间隔。降低期间长度在形式上等同于降低行为人对未来的贴现率。当期间长度趋向于0时，可以看出所有的交易会以相同的价格发生，即：

$$\lim_{\delta \to 1} x^* = \lim_{\delta \to 1} y^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

由于我们假定买卖双方有共同的贴现因子，所以极限均衡价格仅依赖于匹配成功的概率。关键的是，对于 α 和 β 的固定值，均衡价格是以0和1为界的，以至于市场上的买卖双方会从交易中获取一正的收益份额。

在鲁宾斯坦—沃林斯基(Rubinstein－Wolinsky)模型中，行为人不得不寻找交易伙伴，而且寻找伙伴会需要时间。由于寻找伙伴需要时间，因此这不是一个“无摩擦”的市场，仅凭这一点，我们就不能期待会有完全竞争。让期间长度趋向于0，这样贴现因子会趋向于1，这是减少交易费用或“摩擦”以使得市场在极限处变得无摩擦的一种方法。然而，鲁宾斯坦和沃林斯基认为，即使在极限处，当市场变得无摩擦时，他们的模型也不会产生出竞争性的结果。

鲁宾斯坦和沃林斯基建议我们把一个有 M 个买者和 N 个卖者的拍卖市场理解为完全竞争的基准(benchmark)。对这样一个市场而言，需求对应函数 $D(p)$ 被界定为：

$$D(p) = \begin{cases} M & \text{当 } p < 1 \\ [0, M] & \text{当 } p = 1 \\ 0 & \text{当 } p > 1 \end{cases}$$

供给对应函数 $S(p)$则被界定为:

$$S(p)=\begin{cases}[0,N] & \text{当 } P=0\\ N & \text{当 } p>0\end{cases}$$

惟一的市场出清价格是 $p^*=0$(当 $M<N$ 时),或 $p^*=1$(当 $N<M$ 时)。换句话说,若买者的数量超过了卖者,卖者就会得到所有的剩余,若卖者的数量超过了买者,买者就会得到所有的剩余。只有当买卖双方的数量相等时,市场出清价格才会介于 0 和 1 之间。

对这一结论的解释可由如下事实加以复杂化:市场上有无限多个买者和卖者,而且时间也是无穷的。如何去决定一个有着无数买者和卖者的市场的市场出清价格还不甚清楚。因为每个行为人最终是在一个共同的价格上进行交易的,所以可以认为鲁宾斯坦—沃林斯基模型的均衡是“竞争性”的。尽管极限价格 $\alpha/(\alpha+\beta)$不会使一个有 M 个买者和 N 个卖者的拍卖市场出清,但该价格却会使一个有着无限数量的买者和卖者的市场出清。

笔者(Gale,1987)在一篇论文里发展了该论题,分析了一个有许多类型的买者和卖者的马歇尔市场,其中的每一个行为人都想交易一单位的不可分割商品。在笔者的模型里,有一个非原子型的关于买者和卖者的连续统(a non-atomic continuum),其中的 i 类买者有 M_i 个,$i=1,\cdots,I$;j 类卖者有 N_j 个,$j=1,\cdots,J$。i 类买者对一单位商品的估价是 u_i,而 j 类卖者对一单位品的估价是 v_j。所有行为人都有一个共同的贴现因子 δ。若一个 i 类买者同意在 t 时期以价格 p 购买一单位商品,他的得益就是 $\delta^{t-1}(u_i-p)$。同样,若 j 类卖者同意在 t 时期以价格 p 出售一单位商品,他的得益就是 $\delta^{t-1}(p-v_j)$。

在每一期间,行为人随机匹配成一对由一个买者和一个卖者组成的搭档。匹配持续整个期间,买卖双方各以 1/2 的概率被选择去报价。报价者报一个价后,回应者或接受,或拒绝。若一个协议达成,交易就在这个统一的价格上进行,买卖双方离开市场。否则,他们就会等到下一期间,届时他们与新的搭档匹配成对,讨价还价过程继续进行。

匹配只能持续一个期间的假设,并不适用于在鲁宾斯坦和沃林斯基(1985)以及鲁宾斯坦(1982)论文里所讨论的轮流出价的讨价还价模型。但因为买者(卖者)在下一期间会被一个同样的行为人所取代,所以这并不影响一个静态均衡的结果。然而,正如我们前面所看到的那样(见注释⑧),讨价还价被外生地结束是很重要的。另一个关键假设是,行为人在完全信息的情况下讨价还价。因为行为人的类型被假定是共同知识,所以当买卖双方讨价还价时,该物品的价值对于他们来说就是确定的。

在笔者的这个模型中,交易会以许多不同的价格发生,这依赖于所涉及的买者和卖者的类型以及报价者的同样性。然而,可以看出,模型里有惟一的静态均衡,并且,当贴现因子趋向于 1 时,静态均衡价格会趋向于一个共同的极限,即所有的交易在同一价格下发生。更进一步,在均衡中每个想以此价格成交的行为人都可以做到这一点。因为在极限处没有贴现因素,所以每个行为人在这个价格上都可以得到在竞争均衡中能够获得的得益。

严格地说,笔者的这个模型并不是鲁宾斯坦—沃林斯基模型的一般化,因为,在笔者的模型中,匹配在一个期间后就结束了,不过在其他方面,二者还是有其相似之处的。在此情

况下,极限处的结果看起来更像是一个竞争均衡,因为有很多类型的行为人在一个单一的价格上进行交易。然而,在怎样解释市场出清条件上,同样的问题依然存在。让我们把一个有 M_i 个 i 类买者和 N_j 个 j 类卖者的拍卖市场当作基准。若 p 是极限价格,假设所有行为人对交易是无差异的,那么拍卖市场的需求是:

$$\sum_{\{i:u_i>p\}} M_i$$

供给则是:

$$\sum_{\{j:v_j<p\}} N_j$$

没有理由认为两者必须相等,因而极限价格 p 并不对应具有 M_i 个 i 类买者和 N_j 个 j 类卖者的拍卖市场的市场出清价格。因为在极限处没有贴现也没有拖延的成本,每个行为人都会在极限价格 p 处交易(每个行为人都会得到同样的效用,就好像他能在极限价格 p 处立刻进行交易)。只有通过与静态拍卖市场的比较,我们才能判定该结果是否是完全竞争性的。

鲁宾斯坦—沃林斯基模型的一个特点是,买卖双方无论何时离开市场都会被完全相同的新行为人所替代,这使得不同时间内市场上行为人的人数保持不变。可以推测出,正是这种在任何时期中都保持不变的市场上行为人人数,才意味着可以与有着同样人数行为人的静态拍卖市场进行比较。

笔者的这一模型采用了鲁宾斯坦—沃林斯基模型的内生替代假设。模型化市场进入和退出的另一种方法是假设潜在的市场进入者数量是一个常量,在这种情况下,只有当均衡价格调整以使得进入市场的买者和卖者的数量在每个时期都是

相等的时候,静态状态才能保持。如果 p 是均衡价格,当 $u_i < p$ 时,i 类买者不会进入市场;当 $v_j > p$ 时,j 类卖者不会进入市场。这些类型行为人的缺位是非常重要的,因为这会影响到匹配成功的概率,并因此影响均衡价格。加之,静态状态要求在每个期间内有相同数量的买者和卖者进入市场。这样,均衡价格必须使进入市场的买者和卖者数量相等。假设所有类型的行为人均是无差异的,那么静态状态要求:

$$\sum_{\{i:u_i>p\}} M_i = \sum_{\{j:v_j<p\}} N_j$$

其中,M_i(或者 N_j)是在每个时期进入市场的 i 类潜在买者(或者 j 类潜在卖者)的数量。这是一个有 M_i 个 i 类买者和 N_j 个 j 类卖者的拍卖市场的马歇尔均衡。

市场上买卖双方中人数较多的一方会调整,以使均衡价格满足这一条件。例如,如果在每个时期进入市场的卖者多于买者,那么卖者就是人数较多的这一方。等待交易的卖者的数量会增加,直到价格降至使每期进入市场的卖者数量正好等于进入市场的买者数量。类似地,如果进入市场的买者数量比卖者数量多,那么价格会提高。这里价格起马歇尔式的调整作用,以使供给与需求的流量相等,但价格本身是由买卖双方的相对讨价还价力量所决定的,而这反过来又受市场上买者和卖者相对数量的影响。

瓦尔拉斯交换模型

前面一小节提出的解释问题是由静态假设所引起的,该假设暗示着在不同时间段进人和退出市场的行为人的一个无限度量,一个有着无限度量的行为人的经济不会有一个明确

定义的竞争均衡去作为研究的基准。通过解决有限度量的行为人的问题,我们就可以避免这个困难,但这需要分析非静态均衡。

这种方法的一个例子是在笔者的(Gale,1986a, 1986b, 1986c)的一些文章中提出来的,笔者采用了鲁宾斯坦—沃林斯基模型中的动态匹配与讨价还价框架的基本思想,并把它应用到瓦尔拉斯交换模型中去。[9]

笔者的分析是从一个由有限种类型的行为人 $i=1,\cdots,I$ 所构成的交换经济开始的,并假定每个类型都是闭联集(连续统)。所有的行为人都有相同的消费集 $\mathbf{R}_+^l$,其中 l 是商品的数量,而且 i 类行为人都有相同的初始禀赋 e_i,以及相同的效用函数 $u_i(x)$。

交易按时间顺序发生。在每一时期行为人有 α 的概率 $(0<\alpha<1)$ 与另一个行为人匹配。行为人是按他们的类型和他们即期所拥有的商品组合来区别的,因而一个典型的行为人可以由一个有序对(i, x)所代表(典型地,同类型的行为人有不同的商品组合)。任一 t 时期的经济状态能够用一个度量 μ_t 来描述,μ_t 则是代表类型和现有商品的有序对(i, x)的集合的度量。与属于一个可度量集 A 的行为人相匹配的概率与 $\mu_t(A)$度量是成比例的。

假设一对有即期商品组合 x 和 y 的行为人在某期匹配了。在讨价还价开始时,两个行为人的类型和商品组合是共同知识。他们中的每一个行为人充当报价者的机会是相等的。一旦报价者被选定了,他就会向另一个行为人报出一个净交易 z。这个净交易必须对两个行为人都是可行的。若 x 是报价者的商品组合,y 是回应者的商品组合,那么可行性要

求 $x+z \geqslant 0$ 且 $y-z \geqslant 0$。回应者可以接受或拒绝该报价，或者退出博弈。若报价被接受了，那么交易发生，两个行为人进入下一时期，其所拥有的新的商品组合分别是 $x+z$ 和$y-z$，否则就没有交易。

匹配只持续一个期间。行为人会一直留在市场上，直到他们选择退出，但他们只有在被匹配了以后才能选择退出。因为在任一期间不被匹配的概率总是正的($\alpha<1$)，所以对没有匹配过而留在博弈中的行为人的度量也总是正的。

这里假定在博弈过程中没有消费。当有商品组合 x 的 i 类行为人退出后，他会消费该商品组合，并得到 $u_i(x)$的得益。请注意没有贴现因素。假设一个没有退出的行为人会得到一个负无穷的得益，所以每个行为人都会以 1 的概率选择退出。一旦一个行为人退出了，他就不能再进入，博弈对他而言也就结束了。既然行为人不会被取代，那么随着时间的推移动态匹配与讨价还价博弈中活动的行为人数量是下降的。因此，与鲁宾斯坦—沃林斯基模型相比，这一模型是非静态的。

在这个模型的分析过程中所用到的许多常规性假设将不在这里讨论了。给定这些假设，我们就可以总结出如下的分析结论：一个动态匹配与讨价还价博弈的子博弈完美均衡总是导致一个瓦尔拉斯配置，也就是说，每个博弈者得到其在瓦尔拉斯均衡中才会得到的商品组合。反过来说，对任一瓦尔拉斯配置来说，存在一个动态匹配与讨价还价博弈的子博弈完美均衡，在其中几乎每个博弈者均会带着相应的商品组合离开市场。在这个意义上，动态匹配与讨价还价博弈实现了瓦尔拉斯配置。

新近的发展

麦克伦南和索南夏因（Mclennan and Sonnenschein，1991）对笔者的这一模型的版本提供了一个精致的扩展，在其中，笔者所要求的许多常规条件都被放松了。麦克伦南—索南夏因的版本只适用于静态环境，在其中，交易者进入或退出市场时，其数量和性质在不同的时间里保持不变。麦克伦南和索南夏因的研究是建立在一种所谓的公平净交易（fair net trade）的思路之上的。他们的研究结果表明，他们模型中的非合作均衡满足施迈德勒和文德（Schmeidler and Vind，1972）所提出的公平净交易公理。这意味着作为结果的配置在以下意义上是竞争性的：相对于某个价格向量 p，每个行为人似乎都在由价格向量 p 决定的正常预算约束下最大化他的效用。对麦克伦南—索南夏因模型的这一解释产生了与原来的鲁宾斯坦—沃林斯基模型一样的难题。由于静态模型对行为人有一无限的度量，因而市场出清条件并没有被明确界定。事实上，就像达甘、塞拉诺和沃利吉最近在其即将发表的论文（Dagan，Serrano and Volij，待出）中所说的那样，他们模型中的可行性要求还在某种程度上不能满足。他们要求累积性交易是可行的，而不是要求按时期交易的可行性。在这个意义上，任何配置都是可行的，因为人们可以采用庞氏骗局（Ponzi scheme）*。

达甘、塞拉诺和沃利吉还进一步扩展了环境的范围，在其

* "庞氏骗局"是指骗人向虚设的企业投资，并用后来投资者的钱作为快速盈利付给最初投资者，以诱使更多的人上当受骗。——译者注

中人们可以解释动态匹配与讨价还价博弈均衡和瓦尔拉斯均衡的等价性,但他们三人是通过舍弃早期理论中的一个主要成分而做到这一点的。他们允许形成任何规模的有限联盟。一个成员被选择去报价,其他人抑或接受,抑或拒绝。尽管达甘、塞拉诺和沃利吉定义了一个非合作博弈,但其允许形成任意有限的联盟并在各联盟之间进行交易,就此而论这非常像交换经济的核的合作性概念。有限的联盟可以非常大,而且很大的数量会有一个凸性效应。这解释了为什么许多在成对匹配与讨价还价分析中所必需的限制性假设,在这个博弈分析中不再需要。

关于动态匹配与讨价还价博弈理论的最近的发展消除了许多早期理论技术上的局限性,但是仍然还有许多重要的开放性问题遗留了下来,这我将在后文中讲到。正是这些问题为本书的研究提供了动力。

1.6 余论

连续统假设

上面提及的所有论文均假设经济或市场是由一个非原子型行为人的连续统(a non-atomic continuum of agents)所组成的。[10]这一连续统假设(continuum assumption)——是我这样称呼它的——自然是支撑完全竞争理论的标准假设之一。在一个完全竞争的市场中,没有一个企业或消费者能够支配市场。大致说来,这一直是目前使用最多的假设。在我们研究

具有行为人的连续统的经济时，我们希望这样一个闭联经济可以很好地接近一个具有数量很大但又有限的行为人的经济。为了使这一理论有效，我们需要验证极限定理而不是极限处定理。因此，我们有必要假设存在有限数量的行为人，并允许行为人的数量无限增加，然后观察这个有限博弈的均衡是否收敛于其极限处的适当配置。（我们前面所提及的理论已包含了一些极限定理，但主要是关于期间长度和贴现因素的极限问题，而不是关于行为人数量。）

我讨论的第一个问题是构建一个与基于连续统假设的理论相对应的有限集理论。这将在第 2 章中进行讨论。放弃连续统假设要求我们用一种有实质差异的方法来重新建构这一理论。在这一分析中，有些部分较易理解，有些则较难。在这两种情形中，研究的目的均是要明了建立竞争性极限定理所需的论述和假设的实质。

鲁宾斯坦和沃林斯基(1990)早已研究了具有有限行为人的马歇尔市场的行为。这个市场是由 M 个有限买者和一个卖者组成的。卖者有一单位不可分割且他估价为零的商品可以出售。每一个买者对该商品的估价都为 1 美元。所有的行为人对该商品未来的价值均使用同一贴现率 δ。这里的博弈与鲁宾斯坦和沃林斯基(1985)所研究的"博弈"的一个重要区别是，这里的匹配并不是外生的和随机的，卖者可以选择在每一期提供商品给同一买者。鲁宾斯坦和沃林斯基证明，对任意满足 $0\leqslant p\leqslant 1$ 的价格来说，总存在一个子博弈完美均衡，在这一均衡中，商品按此价格卖出。

构建子博弈完美均衡需要极精细的工作，但是它的基本原理如下：设 p 为均衡中商品交易的价格。显然，卖方希望

以更高的价格交易，而买方则希望在更低的价格交易。为了保证在价格 p 处交易，我们假设如果卖者希望进一步提高价格，则所有的买者都会拒绝交易并开出一个更低的交易价格。卖者别无选择，只能接受低价，而最初拒绝卖者所开价格的那个买者以更低的价格得到了商品。

同理，如果一个买者开出了一个比 p 低的价格，那么卖者就会拒绝交易而把商品以较高的价格卖给别的买者。由于买者们认为他们中总有一位会在均衡价格处与卖方交易，他们就别无选择，只能接受较高的价格。

这样，任何偏离均衡价格的人都会受到惩罚，而那些通过拒绝偏离均衡价格的人的报价来支持这一惩戒规则的行为人则将受到奖励。值得注意的是，因为只有一个单位的商品，所以只有一个买者可以在均衡价格处得到该商品，其他买者的得益均为零。因此，对买者们来说，与他们处在均衡轨道上的情形相比，如果支持对偏离均衡价格的人的惩戒规则，他们的处境至少是一样的。

大家都知道这样一个"俗定理"，即重复博弈有许多子博弈完美均衡。[11]虽然 DMBG 并不是重复博弈[12]，但它却具有重复博弈的某些性质。特别是，如果一个行为人考虑到偏离博弈均衡可能会使他在未来受到其竞争对手的惩罚，他也许就不会那样做了。这些所谓的触发策略(trigger strategies)就可以用来解释许多不同的均衡行为，而其中的一些均衡行为可以通过建立一个有连续统行为人的模型来消除。在行为人的连续统中，单个行为人的行为对大多数别的行为人的收益是没有影响的，所以我们可以很自然地假设行为人通常是忽略任何单个行为人的行动的。[13]事实上，行为人是匿名的

(anonymous)。对别的行为人来说,他是无形的,因为他们从来不接触。匿名性(anonymity)排除了我们上面提到的触发策略。因此,一个行为人可以偏离博弈的均衡价格,而不去担心他未来竞争对手的反应。这一事实可以使我们排除许多均衡。匿名性只是一个假设,然而,它在一个有限经济中却并不成立,无论该经济有多大。这就向以大规模的有限经济为基础的理论的发展提出了一个严峻挑战。

一个有限的交换经济由 n 个行为人组成,用 $i=1,\cdots,n$ 表示,每个行为人都有一个消费集 $X_i \subset R^l$,一组商品禀赋 e_i,和一个效用函数 u_i。交易在一系列时期发生,$t=1,2,\cdots$。在每一时期,每一组随机选择的行为人对(i,j)进行交易。第一个行为人 i 是交易的报价者,他向第二个行为人 j 开出一个可行的净交易向量 z 作为报价,j 可以接受或拒绝这一报价。原则上,这一过程可以无限地继续下去。由于不用考虑贴现因素,行为人只关心他们在无限的交易期间后所拥有的商品组合的效用。当 t 趋向于无穷大时,行为人 i 的得益是其效用 $u_i(x_{it})$ 的极限值。此处,x_{it} 是行为人 i 在 t 期间末所拥有的商品组合。个体理性预期和自愿交易意味着每一期的均衡得益大于或者等于目前所拥有的商品组合的效用 $u_i(x_{it})$。因此,$u_i(x_{it})$ 的极限存在。

请注意,这只是在马尔可夫完美均衡(Markov perfect equilibrium, 以下简称为 MPE)中才使用,也就是说,在子博弈完美均衡中策略是无记忆的(独立于博弈的历史)。在每一期,策略只取决于博弈的现状。我们可以证明,在某些常规条件下,随着时间趋向于无限,极限配置一定是帕累托效率的。帕累托效率当然是一个强结果。在一个有限经济中,每个行

为人都有一定程度的市场垄断力。通常，人们会认为，由于每个行为人都想运用其市场垄断力来谋取私利，不完全竞争将导致市场的扭曲。然而，在马尔可夫完美均衡中，情况却并非如此：只要交易中还有未被开发尽的得益存在，交易就会继续。在极限处，交易中的所有得益都被挖掘出来了，因此最终的配置一定是帕累托效率的。很明显，这样的结果与科斯猜想(Coase Conjecture)很相似(参见 Gul, Sonnenschein and Wilson, 1986)。

建立效率只是第一步，但这是通往竞争性极限定理的关键一步。事实上，存在着很多帕累托效率配置，而且在一个有限经济中，我们无法解释为什么极限配置应该是瓦尔拉斯配置。[14]为了保证这一点，这个市场需要有许多行为人。然后，在下一步，我们需要分析在行为人数量无限增加时马尔可夫完美均衡的渐进性(asymptotic properties)。这里存在着一个问题。由于我们没有理由预期马尔可夫完美均衡是惟一的(瓦尔拉斯均衡并不是惟一的，因此市场博弈的马尔可夫完美均衡也不可能是惟一的)，因此单个行为人的微小偏离都可能使这一连续性的博弈改变至一个非常不同的均衡点。因此，即使在极限处，每个行为人也可能拥有不可忽视的市场垄断力。事实上，我们要想在这样一般的情况下取得任何进展，就必须加入在格林(Green, 1980, 1984)的论文中所引入的连续性假设(continuity assumption)。这里，适当的连续性假设要求单个行为人的策略的微小变化会引起渐进性(当 $t\to\infty$时)配置(asymptotic allocation)中同样的微小变化(当 $n\to\infty$时)。在这一假设下，我们可以证明，当行为人数量无限制增大时，渐进均衡结果(asymptotic equilibrium)(当 $t\to\infty$时)会

收敛于瓦尔拉斯均衡结果。

以上这些结果都是假设在博弈结束后没有贴现与消费存在,个体行为人只关心渐进性配置。这与 DMBG 中的情况形成反差。在 DMBG 中,贴现起着非常重要的作用。请回想一下,在鲁宾斯坦(1982)的文章中,未来效用的贴现对 SPE 的惟一性是至关重要的。如果不存在贴现因素,这个模型就会崩塌成纳什需求博弈,而在纳什需求博弈中,任何帕累托效率的分割只是一种 SPE 结果。贴现在很多情况下是用来测试均衡的稳固性的。它同样也被用来代表交易费用。搜寻和讨价还价均要有费用,因为,这些活动持续的时间越长,所获得益就会越少。因此,上面我们所描述理论的一个有意义的拓展就是引入贴现的概念,并观察它是否会严重影响均衡结果。

贴现实际上等于引入交易过程的一个随机停止时点。假设如果博弈一直持续至今,那么在每一时期,博弈再多持续一个期间的概率为 $0<\gamma<1$。交易过程一结束,行为人就消费他们当时的商品组合。博弈在 t 时期停止的概率是由 $\gamma^{t-1}(1-\gamma)$决定的,即用博弈在前 $t-1$ 期间继续的概率 γ^{t-1}乘以它在第 t 期间停止的概率 $1-\gamma$。如果博弈在 t 时期停止,行为人的得益是 $u_i(x_{it})$。x_{it}是t 时期结束时的商品组合。为了预期行为人 i 的效用,我们只需简单地将在 t 时期停止博弈的概率乘以在t 时期停止博弈的效用,然后将各时期 $t=1,2,\cdots$的值加总,得到:

$$(1-\gamma)\sum_{t=1}^{\infty}\gamma^{t-1}u_i(x_{it})$$

这里,γ 起到了贴现因子的作用。由于每一期间的长度短得难以观测,我们便可假定博弈再多持续一个期间的概率收敛

于1,即与在鲁宾斯坦—沃林斯基模型中一样,贴现因子 γ 收敛于1。

在DMBG中,行为人的均衡得益可以表示成当期得益与以后各期连续博弈的得益贴现值的加总。最优策略的条件可以以与在动态规划中的贝尔曼(Bellman)方程相似的一个回归方程的形式来表示。通过这样的方程,我们可能证明每一个行为人的均衡得益可形成一个梯度过程。这可以使我们确定,在一个很通常的情况下,配置是收敛于渐进配置的。收敛性是非常关键的,因为,正如我们已经看到的,在马尔可夫完美均衡中,交易将持续到交易的所有收益被充分挖掘。在某些常规性假设下,渐进性均衡配置一定是帕累托效率的。

在一个有贴现因素的DMBG中,区别渐进性配置的帕累托效率与马尔可夫完美均衡的帕累托效率是非常重要的。贴现(随机性终止)的存在暗示着博弈在某一有限时期 t 结束的概率是1。在概率为0时,则可以取得渐进性配置,因而渐进性配置与均衡的福利性不相关。即使我们使期间的长度缩小到不可观测以至于连续性概率 γ 等于1,我们还是不能确定均衡得益是否收敛于渐进性配置的效用。问题就在于均衡的轨迹 $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$ 取决于 γ 的值。由于 γ 收敛于1,序列 $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$ 收敛于渐进性配置的速率可能会变得越来越慢,以至于在短期内博弈以一个无效率配置结束的概率是不可忽视的。

为了应对这一挑战,我们需要证明,所有由不同的 γ 决定的配置序列 $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$ 都会很快地和一致地收敛于渐进性配置处。我的这一论点是建立在有限理性(bounded rationality)的基础之上的(更确切地说,是策略的有限复杂性)。这一观点表明,如果发生配置序列收敛于一个效率配置,它应该是在

一段有限的期间(a bounded number of periods)内发生的,这样一来,由于期间长度小得不可观测(贴现率收敛于零),达到效率极限配置所需的时间就会收敛于零。在极限处,由于期间长度小到不可观测,达到效率配置的概率就为1。

综上所述,第2章中的理论主要是为了达到以下三个目的:

- 可以证明将竞争市场理论运用于大而有限的市场是可能的。
- 另外,通过区分效率与预算平衡所需的不同条件,我们可以进一步理解这两种性质的稳定性或一般性。
- 最后,我们注意到,在每一步我们都需要引入别的假设(马尔可夫性质、连续性、有限理性)。

从某些方面来说,最后一点是最有意思的。它表明,竞争市场理论不能仅仅以DMBG的均衡特性为基础。另外,我们需要关于市场的假设,例如行为人的匿名性和连续性(较少数行为人的影响较小),这些假设并不能从纳什均衡的分析中得出。

如果这些附加的假设真的是必需的,那么它们必须经过证明。这就构成了第3章的主要任务。

匿名性、连续性和马尔可夫假设

由于行为人的数量无限制地增长,我们自然可以预期到单个行为人的策略不会影响博弈的进行。正如我们所看到的那样,这并不是一条博弈论的原理:即使当行为人数量变得很大时,单个行为人的行动无论多么不重要,都会改变很多其他行为人的行为,因此会使博弈结果发生很大的变化。另外,它

似乎也不符合市场的运作。除非是一个显著的行为人——例如,拥有对其他很多行为人来说非常重要的私人信息——否则他的行为并不会产生那么大的影响。

人们一般认为,市场本身就是某种匿名机制。正如哈耶克(Hayek,1945)所指出的那样,市场的美妙之处在于它经济地利用了信息。为了作出正确的决策,我们只需知道价格就行了。什么样的行为人交易什么样的商品并不重要,价格是由行为人的需求与供给的总量所决定的。因此,如果单个行为人的需求有微小的变化,那么价格也只会产生微小的变化。同理,行为人的身份也不重要。每个行为人都有着相同的交易机会,都能在同一价格下进行相同的交易。

这些推理听起来似乎没错,但是在博弈的策略中,要证明市场有这样的特性却很困难。在接受了博弈论的方法规则之后,即使这令分析变得困难,我们也不能放弃它。如果匿名性和连续性是竞争性市场的特性,我们应该能够找到关于 DM-BG 的结构的假设,使市场达到连续的、匿名的均衡。否则的话,如果某些经济原理不能从博弈论推理中推导出来,我们就只能原地踏步走。这就好比是说某些经济原理是不能从理性假定中推出来一样,而大多数经济学家都不希望这样。从最初的原理中证明连续性和匿名性的可能性,对于竞争性均衡的策略基础是非常重要的。

马尔可夫假设实际上是说,只有现在的经济状态才是重要的,博弈历史并不重要。可以从两个方面放松这一假设。我们可以证明,只有某种信息(最基本地,如被拒绝的报价)从记忆中被消解掉,才会达致有效率的结果。对竞争性极限结果而言,可以从广义上来界定这一状态,而且可以进行扩展,

将一些历史因素包含进去。关键在于,博弈的进行必须不断地对博弈的状态做出反应,而博弈的状态则必须不断地对单个行为人的行为做出反应。这些假设似乎很合理,但并没有严格地遵循均衡的定义。然而,这可以通过有限信息来证明。当行为人的总数量无限制地增加时,有相当数量的行为人仍然起着关键作用的均衡是不稳定的。这要求行为人拥有大量关于市场现状的信息。有限沟通、有限理性(有限的计算能力)或有限记忆都可以被用来证明马尔可夫假设。

在极限处,行为人并不是起主导作用的,我们可以用引入有限记忆的方式使这一特性形式化。众所周知,重复博弈中有许多由不同的触发策略(trigger strategies)所支持的均衡。在这些博弈中,如果一个行为人偏离了均衡轨迹,别的行为人在以后的博弈中对此行为的反应就会使他受到惩罚。如果这个行为人的行为对别的行为人而言是隐而不彰的,那么要支持如此多的均衡就是不可能的了。不幸的是,一个行为人的行为很可能产生某些可被观察到的影响——如在大家的得益上——这样,即使行为人的行为并不是可被直接观察到的,但惩罚策略还是可行的。无论如何,引入信息不对称会使理论自身变得极度复杂。

另一个可供选择的策略是,限制所有行为人回忆博弈历史和把未来的行为建立在博弈历史之上的能力。更确切地说,我们进行一个重复博弈,然后通过引入一博弈状态集合 S 而将其转化为退化的随机博弈。将博弈的现状和行为人当期的行为转化到下期的状态的转化概率是存在的。行为人自己的策略只取决于博弈的现状,而不是博弈的历史。因此,博弈的状态起到了对博弈历史进行总结的作用,而当期的博弈只

取决于这一总结，而不是取决于整个的博弈历史。认识到状态并不直接影响得益是非常重要的。状态只起到了约束策略的作用。从这一点来讲，状态是一个外生变量，就像"太阳黑子"一样。随着博弈过程的进展，博弈状态也会演化。在每一期，行为人的策略只是博弈状态运作的结果。这一重复博弈的变形本身并不是限制性的。它只是提供了一个框架，在这个框架下我们可以很容易地将稳定性的标准具体化。具体地说，考虑到博弈回忆是不完全的，而且博弈中的微小变化很可能被忽视，因而笔者将一些噪声引入到博弈状态的演化中。在相对宽松的常规性假设下，我们可能证明，在极限处，随着行为人人数无限制地增加，博弈就变成匿名性的了，这即是说，每个行为人对博弈演化的影响是可以忽略的了。另外，在每期选择最优策略时，行为人对其行为可能引起对手报复的恐惧也不会对其选择产生任何影响。这与我们说每个行为人选择马尔可夫策略是不同的。事实上，博弈的均衡可能不是马尔可夫策略，但是从某种程度上说，这是因为在奥曼（Aumann，1974，1987）的理论发现的意义上，博弈的各均衡可能相互关联，而并不是因为在传统意义上存在触发策略。尽管策略可能取决于博弈历史，但它们是由整体的博弈历史决定的，而非任何个人的博弈历史。

大博弈中的有限回忆可以使行为人忽略受惩罚的可能性，就像马尔可夫策略或无记忆策略使他们忽略受惩罚的可能性一样。这是一个非常关键的事实。

同理，由于策略是由整体的博弈历史决定的，而非个人的博弈历史，个体行为人的影响是微小的。这就保证了当行为人数量无限扩大后在极限处的连续性。

这样，我们就可以认为，市场完全竞争所必要的附加性质事实上就是稳定策略均衡的性质。

均衡与非均衡

另一类问题与均衡本身的概念有关。我们为什么假设经济体系根本上是均衡的呢？人们常说，如果缺少了经济体系如何“进入”均衡状态的解释，均衡理论就是空的。换句话说，我们需要一个非均衡理论来证明使用均衡分析方法的准确性。

在过去几年中，有无数的人尝试解释经济的非均衡行为，他们尤其想证明一个非均衡的市场最终会达到均衡状态。经济均衡的概念曾一度被认为与一个物理或机械系统的“静态状态”(states of rest)相似。这有点像经典力学中静态与动态的关系：静态只考虑静止状态的决定，而动态则考虑达到静止状态的过程。如果均衡是一种静止状态，那么就应该有一个动态的理论来解释这个系统是如何达到静止状态或者说均衡状态的。

瓦尔拉斯的摸索(tâtonnement)理论*(Walras，1954)，埃奇沃思的重定契约概念(Edgeworth，1881)和马歇尔供给价格和需求价格动态(Marshall，1920)都是这类动态分析的例子。在20世纪50年代和60年代，对均衡稳定性的研究迅速崛起，包括摸索和非摸索过程(对其调查参见Arrow and Hahn，1971)。而在过去的30年中，这类分析不再流行，其原因主要

* 这是法国著名经济学家瓦尔拉斯(Léon Walras，1834－1910)所使用的一个特殊概念。国内学界有人将它译为“卖者喊价理论”。——译者注

是这些过程是特定的,即并不是建立在理性行为的原理之上的。

均衡动态学取而代之开始主导经济理论。关于这类理论是如何成熟的,一个很好的例子可以参见斯托基、卢卡斯和普雷索特(Stokey, Lucas and Prescott, 1989)。现在已有许多动态模型,但这些是总处于均衡状态中的模型。它们所描绘的动态只是均衡的演化或展开,而不是达到均衡的过程。

排除这样一个调整过程其实是会弄巧成拙的,因为它并不是建立在理性行为的基础之上的。理性行为预示着一种均衡——至少是行为人行为的一个均衡——因此,要求非均衡理论建立在理性行为基础之上好像是难了些。考虑到这点,我们可以得到一个逻辑性的结论:我们应该完全放弃对非均衡理论的探索。在这个问题上,哈恩(Hahn, 1974)的论述十分具有说服力。他将均衡行为描述为一组行为人相互一致的最优行为。均衡的这一概念不仅被运用于静止的情形,还被运用于所有经济行为人同时地和一致地表现出理性行为的任意情形。这就拒绝承认非均衡行为是在任何可接受意义上的经济行为,从而有效地否定了非均衡行为。

在 20 世纪 80 年代,博弈论理论家开始认为有必要解释或证明纳什均衡及其各种精练化形式的用处。这部分是由于导致分析市场均衡模型中的特定调整过程的同一问题所引起的:诸多博弈者是如何达到均衡的?而在许多著名的博弈中所发现的多重均衡现象也是产生这一必要性的部分原因,因为多重均衡的发现削弱了博弈理论分析的预测力。动态分析可以区别地对待不同的均衡,而对均衡的精练化是做不到这

一点的(参见 Kandori,Mailath and Rob,1993;Young,1993)。

人们已经选择了两条不同的路径来试图证明均衡是如何达到的。第一条路径是建立在学习或适应性调整的特定理论之上的。在学习或适应性调整过程中,一组固定的博弈者重复地进行博弈,逐渐根据经验调整他们的策略。这类分析的一个较老的例子是著名的虚拟博弈(fictitious play)模型。在这一模型中,一次性博弈(one-shot game)被无限地重复进行。每个博弈者都有一个对自己对手的混合策略的信念,在每一时期,博弈者根据自己的这一信念作出短视的最佳反应。我们假设博弈者对这一混合策略的信念和他们对该策略在过去被采纳的相对频率的信念是一样的。在某些条件下,我们可以证明这一过程会收敛于阶段博弈的纳什均衡。对这一论题,还有无数另外的研究(一个近期的例子是 Fudenberg and Kreps,1998)。

另一条研究路径是演化博弈论(evolutionary game theory)(Weibull,1995)。最初,博弈论的这一分支研究的是动物物种的进化,后来被经济学家运用到人类的情形。这里举一个典型的例子,有很多自动机,每一种都编有只采用一种策略的程序。我们随机地在众多自动机中选择两台自动机配对,并让它们根据事先编好的策略进行一个双方博弈。然后使用每一策略的自动机的数量会改变,以反映这一策略是否获得了相对成功。换句话说,运用成功策略的自动机的数量会增加,运用非成功策略的自动机的数量会增长缓慢或者数量会减少。不同的调整规则会导致不同的动态过程。同样,在这一论题上也有许多各种各样的研究。

与建立在市场调整过程的模型基础之上的非均衡理论—

样，这类分析也受到同样的批评：它并不是牢固地建立在理性行为基础之上的。另一方面，出于对演化论的赞同与对学习规则系统(learning algorithms)和人工智能的广泛兴趣，一些实验者声称，无论经济学家如何看待，他们正在从事一类不同的事业，一类合理地建立在生物科学和计算机科学之上的事业。另外，只要一些原理被一贯地运用，某时某处不适用就无关宏旨。如果接受这一观点，那么通过证明经济均衡是一个演化或适应过程的结果，这类分析就为(经济学的)均衡理论提供了(非经济学的)基础。

在第4章中，笔者建立了一个市场中非最大化和非均衡的适应模型。市场中行为人的行为是由经验法则决定的，而不是预期效用的最大化。这些行为法则定义了一个随机过程，我们将接着分析一下这一过程是否收敛于市场均衡。这一分析可被用来证明市场均衡并不诉诸于行为人的理性，因为，即使是有限理性的行为人也能"学会"如何采用均衡策略。这同样也能用来研究还未达到均衡时的市场的动态。

局部均衡，一般均衡以及协调问题

剑桥经济学院的创立者马歇尔(Alfred Marshall)对经济学研究有着一套非常实用的方法。在他著名的《经济学原理》(*Principles of Economics*)一书(Marshall, 1920)中，他将经济学定义为"对人们在生活日常事务中行为的研究"。这是一个非常实际的定义，它反映出马歇尔的意愿，即经济学是一门能够改善许多普通人生活的学科。因此，马歇尔后来主要从事局部均衡分析就不足为怪了。局部均衡分析其实是一些捷径方法的混合体，它允许经济学家将一些特定的现象孤立开来，

并在一个虚构的环境中对这些现象进行研究,而不管经济其实是一个复杂的体系。事实上,在经济体系中,"每个事物都会对别的事物产生影响,也会被别的事物影响"。这种局部均衡分析方法也许并不完美,但却很实用。

另一方面,洛桑(Lausanne)学院的创立者瓦尔拉斯(Léon Walras)则有着不同的学术喜好。他显然喜欢经济学的系统性因素。他的著作《纯经济学纲要》(*Elements of Pure Economics*)一书(Walras,1954)主要详细阐述了非常优美的一般均衡理论。在一般均衡中,为了精确地描述整个经济的均衡,我们将整个经济中单个行为人和单个市场之间的交互作用加总起来。这种一般均衡分析方法也许并不实用,但却很理论化。

今天,一个经济学理论家在其理论工具箱中,会欣喜地发现既有局部均衡的分析方法,又有一般均衡的分析方法。现在真无法想像在研究国际经济学和宏观经济学时不使用一般均衡的框架,也无法想像在研究产业组织理论时不使用局部均衡的分析方法。但遗憾的是,我们将这两种有用的经济学分析方法看作是分离的和截然不同的,而不是同一个理论的两个方面。

在这本书中,笔者要阐述的是市场均衡理论的基础。这一已成型的理论有时用的是局部均衡(马歇尔)框架,有时用的是一般均衡(瓦尔拉斯)框架。这样的选择只是为了简捷(抑或为了便利),而在任一情况下,它都是已发展起来的同一个理论。这听上去不错,似乎可以将经济均衡分析的两个方面结合起来。但这同时也有令人担忧之处。一个单一市场的均衡同一个巨大的市场体系的均衡是不同的。在一个经济的

其他部分不变的情况下，要达到整个经济的均衡的过程远比达到一个单一市场的均衡的过程复杂得多。但在本书的大部分分析中，笔者将或多或少地假设这两者是同一回事。换句话说，瓦尔拉斯框架只是一个多维的马歇尔框架。从形式上看，没有什么理由可以阻止我作这样的假设，但是经济学直觉告诉我们，这样的假设并不是全部情形。最后，笔者将回头来详细讨论这一问题，进一步察看我们在此处所讨论的思想是否真的能提供一个令人满意的一般均衡的基础。这将导致我们再度思考另一位著名剑桥经济学家凯恩斯(John Maynard Keynes)的工作。

注 释

① 下面的论述中可以相对清楚地表明，当我用竞争或竞争的等常用术语时，实际上是指完全竞争和完全竞争的。

② Marshall, A., *Principles of Economics: An Introductory Volume*, London: Macmillan (1920).

③ Walras, L., *Elements of Pure Economics*, London: Allen & Unwin (1954).

④ Arrow, K. and G. Debreu, "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica*, 22(1954), 265－290. Mckenzie, L., "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems", *Econometrica*, 22(1954), 147－161.

⑤ Ostroy(1980)和 Makowski(1983)用"无剩余条件"来描述竞争均衡的特点。他们认为，有限经济(finite economies)，如埃奇沃思箱形经济在一定条件下满足无剩余条件因而是完全竞争的。然而，满足无剩余条件的有限经济是非常特殊的，甚至可以被认为是反常的(pathological)。

⑥ 就现在的分析目的而言，我们认为一个合作博弈可以被定义为一个博弈者的集合，和由博弈者组成的具体的联盟和非空子集，以及能通过博弈者的每一结盟而达致的特定行动和得益。博弈的解就是满足一些可信的稳定性标准的行动组合或得益的集合。

⑦ 在纳什均衡中，每个博弈者根据出现在均衡博弈中的每个信息集做出最优的反应。而在子博弈完美均衡中，每个博弈者则根据每个信息集做出最优的反应，不管它是否出现在均衡博弈中。

⑧ 值得注意的是，无论何时一行为人遇到一个新人，如果他转向与这个新人匹配成对，那么对他来说就是最优的。因为，所有买者（或者卖者）都是一样的，且均衡是稳定的，对任何一个卖者（或者买者）来说，假如有转换讨价还价对象的选择而他却仍然保持现在的搭档，这没有任何额外好处。然而，还有许多其他的均衡存在。假如一个行为人选择保持目前的搭档而不考虑其目前的搭档是否已与一个新人匹配，这也是最优的。这样一来，这一模型分析就有效地简化为二人讨价还价问题序列的研究了。均衡得益也与鲁宾斯坦（1982）博弈相同。

⑨ 对用简单的只有一种类型的买者和卖者的鲁宾斯坦—沃林斯基框架去解决非静态均衡问题的相关内容可在宾默尔和赫雷诺（1988a，1988b）的研究中找到。

⑩ 例如，行为人的集合可以被视为单位区间[0，1]之间的点。一个集合中行为人的“数量”或“质量”是由它的勒贝格测度（Lebesgue measure）来给定的，如果该测度是明确定义的话。特别值得注意的是，每一个行为人的测度均为零。

⑪ 例如，如果博弈者不将未来的价值贴现，那么任何可行的、严格的个体理性的得益向量可以通过 SPE 来获得。

⑫ 因为商品的配置会随时间不断变化，所以每一期都会有一个不同的博弈。

⑬ 在 DMBG 中，单个行为人的行动是能够被他的交易伙伴观察到

的，因为他的交易伙伴不可能对他的行动漠不关心。然而，单个行为人只会遇到有限个交易伙伴，而且只会与每个交易伙伴遇见一次。因此，我们可以很合理地假设，行为人并不以别的行为人过去的行动作为他们现在的行为的条件。

⑭ 在标准的凸性条件下，如果 x 是一个帕累托效率配置，那么存在一个价格向量 $p\neq 0$，使得对每一个行为人 i 来说，如果 $u_i(x_i')>u_i(x_i)$，则 $p\cdot x_i'>p\cdot x_i$。为了保证 x 是瓦尔拉斯配置，即 (p, x) 为一竞争均衡，我们需要预算平衡，即对每一个行为人 i 来说，$p\cdot x_i=p\cdot e_i$。



完全竞争

2.1 引言

本章的主要目标是为完全竞争提供一个全面而精确的描述，将完全竞争作为一个博弈者数量很大但又有限的非合作博弈的均衡。

为了便于处理，所有的分析都假定是在一个静态纯交换经济框架中进行的。在分析中忽略生产是一种相当简化的处理方法。这一做法使我们能集中讨论价格形成和交换问题，而不至于使问题太过复杂。而如果要考虑生产，我们必须面对很多难以回答的问题。例如，厂商的目标函数是什么？家庭何时又如何从厂商那里获得收入？当生产计划可行时，投入和产出的周期又是什么？这都是一些很值得回答的问题，但是已超出了我们目前研究的范围。

在纯交换经济中，竞争均衡具有两个特性：效率和预算平衡。福利经济学的第一定理告诉我们竞争均衡下的资源配置是有效率的。在通常的凸性假定下，福利经济学的第

二定理则告诉我们,一种有效的资源配置存在一个支持价格向量$p\neq0$,在这个价格向量上,每个行为人的消费组合达致一定的效用水平并使得成本最小化。如果我们设x_i是行为人i的消费组合,且另一消费组合x_i'被偏好于x_i,那么,$px_i'>px_i$。然而,在这些价格下,行为人的消费组合的价值不一定等于他个人禀赋的价值。为了确保有效率的资源配置是一竞争性均衡,我们必须使预算平衡:由效率价格所决定的一个行为人的消费组合的价值,必须等于他禀赋的价值,即$px_i=pe_i$。这样,我们就可以把竞争均衡下的资源配置视为一种能满足预算平衡的有效率的资源配置了。

为了分析的方便,我们把竞争分析分成两个部分,一个与效率相关,一个与预算平衡相关。效率所需的条件在某种程度上要弱于预算平衡所要求的条件,因而对它的分析也就相对来说更加一般化。特别是,效率是有限经济中策略均衡的一个特性,而预算平衡则需要大量的博弈者。

本章中的许多论点都是人们所熟悉的,但这里分析的独到之处在于有限数量的博弈者假定。先前的文献均假定一个博弈者的非原子型连续统。连续统假定的合理性在于,行为人连续统是对数量众多但又有限的博弈者的一个很好的近似。用一个竞争的极限定理来证明这个假定的合理性是非常重要的,这将表明,当博弈者的数量变得无限大时,有限博弈的行为就会与连续博弈很近似。

我们所用的分析工具是动态匹配与讨价还价博弈(DMBG)。DMBG非常特殊,对一般性没有特别要求。DMBG的一个重要优点在于它是个可玩的博弈,在这个博弈中所有的规则和假设都是非常具体明确的。如果我们可以对此进行确

切的分析，一定受益匪浅。

本章的主要发现在于，为了证明一个竞争的极限定理，我们需要一些初始模型中没有的假定，而且这些假定不是直接来自于均衡的特性。在这些假定中尤为重要的是，在竞争市场上单个行为人对均衡的影响可以忽略不计。这一观点显然与已有的原理相冲突，按照已有的原理，在重复博弈中，任何博弈者都会给均衡带来很大影响，这是因为其他博弈者的行动取决于他的策略选择。重复博弈的俗定理(Folk Theorem)对于任意数量的博弈者都适用，这可以说是这个已有原理的最好证明。我们在此处要考虑的博弈不是重复博弈，但基本思想是相同的。在选择一个策略时，一个博弈者不仅要考虑这一策略对他的得益的直接影响，还要考虑其他博弈者的反应。由于其他博弈者的可能反应，有可能要维持许多不同结果作为策略均衡。其中，有的可能会偏离完全竞争结果，即使在一个有着众多博弈者的无摩擦市场中，也可能仍然是如此。

在本章中，笔者将要指出，为了达致一个竞争的极限定理，我们必须(从某种程度上来说是任意地)对均衡策略加上一些限制条件。在第 3 章中，笔者再试图从原初博弈的假定中内生地推导出这些限制条件。

2.2 纯交换经济

我们从描述纯交换经济开始。在这种经济中没有生产。事实上，有限数量的经济行为人外生地拥有一定数量的商品

禀赋。由于行为人的禀赋和偏好各不相同，因而他们能从交易中获利。行为人交换商品以最大化他们的偏好。为了描述一个规范的交换经济模型，我们必须明确列出商品、行为人、行为人的偏好及其商品禀赋。

商品 商品的数量是有限的，记为$h=1,\cdots,l$。每一种商品都假定是同质且无限可分的。商品 h 的数量用实数 x_h 表示，我们沿用惯例，当商品数量是负数的时候代表"供给"或"短缺"(deficit)。商品组合用向量 $x=(x_1,\cdots,x_l)$表示，其中 x_h 代表商品 h 的数量。商品空间用 l 维的欧几里得(Euclidean)向量空间 $\mathbf{R}^l$ 表示，它包含所有可能的商品组合。

行为人 经济中存在有限数量的经济行为人，记为 $i=1,\cdots,m$，他们也可以视作为"消费者"。

消费集合 一个消费组合也就是对于一个行为人而言可行的商品组合。行为人 i 的可行消费组合的集合就称为他的消费集合，记为 $X_i\subset\mathbf{R}^l$。例如，消费集合 X_i 可能包含与行为人 i 的生存需求相一致的非负商品组合。任何消费集合 X_i 一定是非空的、闭的、凸的和有下界的。

禀赋 每个行为人都有一定的初始商品禀赋，通过交换可用以获得更偏好的商品组合。行为人 i 的禀赋用消费组合 $e_i\in X_i$ 表示。e_i 表示一个消费组合的这一假定暗含着这样的意思：行为人 i 即使不通过交换也仍然能够生存。

偏好 行为人 i 对于消费组合的偏好以效用函数 $u_i:X_i\to\mathbf{R}$表示，实数 $u_i(x_i)$与可行消费组合 x_i 相对应。在纯交换经济体系下，行为人通过与其他行为人交换商品以最大化其效用函数值。效用函数 u_i 是凹的、连续的并且是递增的[①]。凹性表示行为人在最大化期望效用时是风险规避的，

同时效用函数有通常的边际替代率递减性质。

纯交换经济体系用数列 $\epsilon=\{(X_i,e_i,u_i)\}_{i=1}^{m}$ 来表示。

帕累托效率和配对效率(pairwise-efficiency)

下一步我们将定义效率的两种概念,并描述有效资源配置相应集合的特性。

纯交换经济中的资源配置可用一系列在此经济中所有行为人的消费组合标示出来。形式上,一种资源配置就是 m 维的消费组合 $x=(x_1,\cdots,x_m)$,其中,行为人 i 的商品组合 $x_i\in X_i$。如果总需求等于总供给,即行为人获得的商品数量总和等于禀赋的总和,那么 x 这种资源配置是可达致的:

$$\sum_{i=1}^{m}x_i=\sum_{i=1}^{m}e_i$$

用 $\bar{X}$ 表示可达致配置的集合。由于每个消费集合都是有下界的闭集,因而很容易看出,可达致配置的集合是紧集(compactset)。

如果不存在另一种可达致配置 x' 使得某些行为人的效用更大而同时没有行为人的效用变小,即对于任何行为人 i 满足 $u_i(x_i')\geq u_i(x_i)$,并且对于某些行为人 i 满足 $u_i(x_i')>u_i(x_i)$,那么,可达致配置 x 就是(强)帕累托效率的。设 $P\subset\bar{X}$ 为帕累托效率配置的集合,效用函数的连续性意味着 P 是闭集而且是紧集。

如果存在一种情况,不能通过交换使任何两个行为人 i 和 j 的效用增加,即不存在可达致配置 x' 和一对行为人 (i,j),满足:

(ⅰ) $x_k'=x_k,\forall k\neq i,j$

(ⅱ) $u_i(x_i') \geqslant u_i(x_i), u_j(x_j') \geqslant u_j(x_j)$,至少有一式严格不等成立那么可达致配置 x 就是配对效率的。

除了这些标准的假定外,还有一些非标准的特性需要在下面提及。第一个非标准特性是假定偏好是平滑的:

- 对于任意 i, u_i 可扩展到一个包含 X_i 和开集 G_i 中,即满足 $u_i: G_i \to \mathbf{R}$ 存在 C^1。

这个假定并不是必需的,但它可以使分析简单很多,因为它允许我们使用库恩—塔克定理(Kuhn - Tucker Theorem)来求最大化问题的解。

第二个非标准特性是,标示原初禀赋的无差异曲面与消费集合 X_i 的边界不能相交:

- 对于任意 i,满足:

$$\{x_i \in G_i \mid u_i(x_i) \geqslant u_i(e_i)\} \cap \partial X_i = \varnothing \qquad (2.1)$$

这里的 ∂X_i 表示 X_i 的边界。

当消费集 $X_i = \mathbf{R}_+^l$ 时,柯布—道格拉斯(Cobb-Douglas)效用函数提供了满足这一假定的广为人知的例子。(2.1)式表示的特性的重要性在于,确保一个配置是配对效率的同时也是帕累托效率的。下面我们将进一步推导出这一点。

因为交易都是自愿进行的,我们就可以把注意力集中到个体理性的资源配置上,即对于任一行为人 i 的配置 x,满足 $u_i(x_i) \geqslant u_i(e_i)$。由于(2.1)式的特性,个体理性的消费组合落在消费集合内部而不是落在边界上。这样一来,当我们描述帕累托效率配置时,就不需要考虑消费集合的边界。在没有边界的情况下,就没有必要担心"角点解"(corner solution)问题,满足效率的一阶条件的方程式也就成立。

现在,我们就可以阐述和证明期望的结果了:维持假定不

变，帕累托效率和配对效率是等价的。道理相当简单。给定(2.1)式的条件，帕累托效率配置要满足的条件是所有行为人对两种配对商品有相同的边际替代率，同样，配对效率配置要满足的条件是任何两个行为人对两种配对商品的边际替代率也是相同的。这些条件显然是相同的，因此帕累托效率和配对效率也是等价的。

通常而言，也存在某些配置满足配对效率而不满足帕累托效率的情况。换句话说，如果(2.1)式不能得到满足或者配置不是个体理性的，就可能存在某些配置可以通过三个或者更多个行为人之间的商品交换而获得改进，但不能仅通过一对行为者之间的商品转换而得到改进。

命题 1 在给定条件下，一个(可达致的)个体理性配置 x 当且仅当具有配对效率时才是帕累托效率的。

证明 如果 x 是配对效率配置，那么，对每对行为人(i,j)来说，必须解决以下的最大化问题：

$$\max\ u_i(x_i')$$

$$\text{s.t.}\ \ x_i' + x_j' \leqslant x_i + x_j,\ u_j(x_j') \geqslant u_j(x_j)$$

其中，x_i'和x_j'分别属于开集G_i和G_j。请注意，这里我们可以省略$x_i' \in X_i$和$x_j' \in X_j$这两个条件，因为这两个条件已经由$u_i(x_i') \geqslant u_i(x_i)$和$u_j(x_j') \geqslant u_j(x_j)$分别保证了。这是运用(2.1)式的特性的惟一之处。

满足库恩—塔克定理的“必要条件”内涵着的意思是，这一问题的解要满足如下一阶条件：

$$\nabla u_i(x_i) \propto \nabla u_j(x_j),\ \forall\ i,j$$

但是根据库恩—塔克定理的“充分条件”，一阶条件意味着 x

要求解以下问题：

$$\max \ u_i(x_i')$$

$$\text{s.t.} \ \sum_{j=1}^{m} x_j' \leqslant \sum_{j=1}^{m} x_j, u_j(x_j') \geqslant u_j(x_j), \forall j \neq i$$

其中，对于任一 j，x_i' 属于开集 G_i，x_j' 属于开集 G_j。换句话说，不可能在不使其他行为人福利降低的条件下，来改善一个行为人的福利水平。因为效用函数是连续递增的，这就等价于配置 x 是帕累托效率的。

显而易见，满足帕累托效率就满足了配对效率，至此，命题 1 证毕。■

在以下的分析中，我们研究一种交换发生在成对行为人(pairs of agents)之间的博弈。这种交易过程将导致配对效率的最终配置。配对效率与帕累托效率的等价性也即表明最终配置同时是帕累托效率的。

正如我们前面所指出的那样，没有(2.1)式的特性，就可能存在一些满足配对效率但不满足帕累托效率的配置。我们用一个简单的例子就可以说明这一点。假设存在三个行为人 $i=1,2,3$，三种商品 $h=1,2,3$。每个行为人 i 拥有一单位商品 $h=i$ 的禀赋，没有任何 $h \neq i$ 的其他商品。那么对于每个行为人而言，消费集合就一定是 $\mathbf{R}_+^3$，行为人 i 的效用函数被定义为：

$$u_i(x_i)=\begin{cases} x_{ii}+2x_{ii+1}, & i=1,2 \\ x_{ii}+2x_{i1}, & i=3 \end{cases}$$

这时，配置 $x=(x_1,x_2,x_3)=(e_1,e_2,e_3)$ 就是配对效率的，但不是帕累托效率的。之所以不是帕累托效率的，是因为每个行为人获得的效用是一单位，但是如果他用自己的禀赋来换

取一单位他更加偏好的商品，他就可以获得 2 单位的效用；另一方面，因为缺乏相互重合的需求，没有一对行为人能提高他们的效用水平。例如，行为人甲想用一单位商品 1 换取一单位商品 2，但是拥有一单位商品 2 的行为人乙却不想要商品 1。稍加思考，就可以看出，对这个例子来说，至关重要的是，每个行为人都在其消费集合的边界上进行消费，而他们的无差异曲线与消费集合的边界相交。（在这个例子中，效用函数不是递增的，但是这个例子很容易在不改变结论的前提下通过调整来满足这个性质。）对于配对效率、t－维效率与帕累托效率之间关系的更详细讨论，可参阅戈德曼和斯塔尔（Goldman and Starr，1982）。

2.3　动态匹配与讨价还价博弈

上一节所介绍的模型经济主要描述了行为人的环境，而并没有介绍对他们行为的约束。为了做到这一点，我们需要定义一个扩展式的博弈模型以及一系列的规则，这些规则确切地告诉我们能允许博弈者采取什么行动以及什么时候才允许他们如此做。博弈规则还能精确地告诉我们博弈者采取一系列行动的结果。

博弈论理论家在界定一个博弈时是十分小心的。这不仅仅是一个数学精确性的问题。正如在 1.3 节最后阐述的纳什规划（Nash Program）所清楚表明的那样，界定一个非合作博弈的目标是使对这个博弈的假定和经济分析尽可能地清楚和周延。判断我们是否已经达到了这一纳什规划的目标的标准

之一就是问这一博弈是否"可玩"。是否所提供的指令是足够周延和清楚的,以至于只要给任何一个人这些指令,从原则上说他都可以进行博弈?例如,是否一个实验经济学家一进入实验室就可以玩这种博弈?或者说,在实验开始之前,他自己是否还需要创制一些额外的规则和惯例?

从这种意义上来说,如果没有"可玩"的博弈,就不能说研究的目标被明确界定了。设想一下,有人给你一个不熟悉的棋盘游戏作为礼物,但是说明书不见了。如果你不知道该做什么,你怎么可能玩游戏呢?因为你根本不知道游戏到底是什么。当博弈论理论家遇到模糊的经济环境时,他将面对同样的问题。不限定行为人的可选择行为以及选择这些行为的后果,就很难确定博弈将如何进行以及结果将会如何。

纳什规划适用于非合作博弈。事实上,从技术角度来说,非合作博弈并不排除合作行为。简单地说,如果协商、事前交流、制定协议以及其他的合作情况出现,那么这些都应该包括在博弈模型的定义中。纳什规划承诺的是保证博弈中的假定和经济分析非常明确,而不是对特定博弈和特殊结果的承诺。

遵循这些一般原则之后,仍然还有很多不同的途径来模型化一群自利的行为人之间的交易。有一种模型已经被证明在分析分散交易中特别有效,它是基于成对匹配与讨价还价的一种模型。个体行为人独自寻找交易机会,在某一时间遇见另一个行为人。当一对行为人相遇时(匹配),他们决定是否交易以及如何交易(讨价还价)。讨价还价是按第1章介绍的斯塔尔(Stahl,1972)和鲁宾斯坦(Rubinstein,1982)所提出的"轮流出价"模型进行的。

即使在这个框架之下,仍然需要作出许多选择。匹配是

如何决定的？谁会和谁发生匹配？发生的频率是多少？当行为人相互匹配后，讨价还价的过程又是如何进行的？出价是同时的还是贯序的？出价在被撤回或修改之前会摆在桌面上公开多长时间？一个匹配何时解散？在什么情况下行为人会改变交易伙伴？行为人相互了解多少？各人对以前的博弈又了解多少？

这些细节均相当重要，因为博弈的结果主要取决于模型的这些细节。一些学者发现，对模型的这些细节的分析的敏感性非常令人失望。因为，我们几乎不知道什么是模型"正确"的定义，我们应该对我们理论的预测力有多少信心？当然，提出一种能在很常见的情况下给出强有力的、不模棱两可的预测的理论是很好的，但是如果做不到这样，我们所能做的最好就是明白导致这些结论的敏感性的原因。至少，知道了我们的结论对于一些特殊假定的敏感性，也可以提醒我们要十分谨慎。另外，这还会为我们思考做出更确切预测需要什么样的数据提供出发点。最后，尽管我们的模型只是一些例子，但弄清在具体的条件下论辩是怎样进行的，将有利于我们更好地理解论辩的逻辑。尽管这样做不能让我们像阐述一些基本原理那样来预计世界是什么样的，但这至少使我们获得一些经验和教训。

有了以上的声明，我们就可以开始论述我们的博弈模型了。

时间　纯交换模型是无限的和静态的。动态匹配与讨价还价博弈需要时间来进行。我们假定时间被分成可数的期间或者日期，记为 $t=1,2,\cdots$。匹配、讨价还价和交换的过程发生在这些日期中。消费发生在博弈结束之后（每个行为人消

费他自身的最终消费组合)。

匹配 在每一个时期有一对行为人(i_t, j_t)相互匹配,其中$i_t \neq j_t$。假定对于每一对行为人(i, j),当$i \neq j$时,存在无限多的时期,在这些时期中该对行为人(i, j)进行匹配。

讨价还价 假定在t时期,一对行为人(i, j)被选定相互匹配。行为人i称为报价者(proposer),行为人j称为回应者(responder)。报价者选择向量z代表可行的净交易。回应者可以接受报价,用"yes"表示;也可以拒绝报价,用"no"表示。如果报价被接受,两个行为人就按照报价的交易向量进行交易。报价者获得z,回应者获得$-z$。如果报价被拒绝,就没有交易发生,所有行为人带着他们在现在这个期间开始时拥有的资源配置进入下一期间。

这里要特别强调指出,这里所论述的博弈模型是特定的。其他的博弈可能给出不同的结果。(笔者将尽量在适当的地方给出特别的警告。)我们论述的重点并不在于给出一种惟一"真实"的模型,而只是给出保证达致某种特定结果所需要的假定和论述的例子,即纯交换经济中的完全竞争。

有一点特殊的局限性在这里要特别注意。在任意时期只有一对行为人相匹配,在任一给定的时期,只有这些匹配的行为人才是积极的角色。其他的行为人在进入下一轮之前均处于消极状态。没有同时发生的交易这一假定是限制性的,但可能并不像它看上去那么有限制性。假定我们定义"时间"为连续变量,匹配按照泊松过程(Poisson process)分布。这样两对匹配同时形成的概率就等于零。这里我们研究的时间是离散的,但是仍保留同一时间多对匹配的概率为零这一假定。排除同时发生的可能性将使博弈有所简化。没有人能够把它

变得更加简化了。

出于在讨价还价博弈中各自担任不同角色的缘故，所有成对的行为人的相遇将发生无限多次。这种连续性假定是非常重要的，它可以保证行为人像一个完整的经济那样来运作。

假定弱化一些结论仍能成立。例如，只要假定连接每对行为人(i,j)的相遇次数是某种有限的序列，并且他们相遇发生的频率是无限多的就足够了。为了能确保这一点，我们还需要假定对于任何 i 和 j 来说，当 $i_0=i$ 以及 $i_K=j$ 时，存在序列$\{i_k\}_{k=0}^{K}$；并且对于 $k<K$ 来说，有序匹配成对的行为人(i_k,i_{k+1})将相遇无限多次。这里，我们仍维持原有的强假定只是为了分析的简单起见，而对于弱化的连接假定而言，结论仍然成立。

博弈过程

博弈的过程可以用路径来描述。一条路径就是一个博弈过程的完整历史，它记录在每个时期发生的所有事情。正规而言，路径是由规则的三变量向量 $a_t=(x_t,z_t,r_t)$组成的序列$\{a_t\}_{t=1}^{\infty}$，其中，x_t 表示在 t 时期开始时已经实现的配置，z_t 是报价者 i_t 的出价，而 r_t 是回应者 j_t 给出的回应。

一条可行的路径必须满足以下几个条件。首先，x_t 必须是任一 t 时期可达致的配置。其次，x_t 必须和行为人选择的行为相一致。请回想一下，在 t 时期，只允许报价者和回应者交换商品，实际交换商品的向量等于被回应者接受的报价者的报价数(如果回应者拒绝报价就不存在交易)。那么在任一 t 时期，一条可行的路径 $a=\{a_t\}$ 必须满足：

$$x_{it+1}=x_{it}+z_t\text{，当 } i=i_t \text{ 且 } r_t=\text{“yes”}$$

$$x_{it+1} = x_{it} - z_t, \text{当 } i = j_t \text{ 且 } r_t = \text{“yes”}$$

$$x_{it+1} = x_{it}, \text{其他情况}$$

令 A 表示可行路径的集合。

在每一时期,行为人都在观察报价与回应。在 t 时期开始时,可以获得的信息包括路径段$(a_1, \cdots, a_{t-1})$。这一路径段可称为在 t 时期以前的博弈历史,记作 h_t。在每个 t 时期,报价者首先给出报价,然后回应者回应。报价者在给出报价时知道博弈历史 h_t,回应者在回应时知道博弈历史 h_t 和报价 z_t。因而,在报价者给出报价时,信息集合具有的形式是(h, x),而在回应者给出回应时信息集合具有的形式是(h, x, z)。[②]当行为人 i 控制博弈过程的时候,用 H_i 代表信息集合。

行为人 i 的策略是一项决策规则,这一规则界定他在被要求付出行动时,在已知信息集条件下可行的具体行为选择。如果行为人 i 是报价者,他拥有信息集合(h, x),那么他需要选择对他自己和回应者都可行的净交易 z,即要满足 $x_i + z \in X_i, x_j - z \in X_j$。如果行为人 i 是回应者,他拥有信息集合(h, x, z),那么他必须选择“yes”或“no”。规范地说,行为人 i 的策略就是函数 f_i,其定义域为 H_i,值域为 $\mathbf{R}^l$ 或者 {yes, no}。在 $i = i_t$,拥有信息集合(h_t, x_t)时,行为人 i 的可行策略必须满足:

$$\text{当 } j = i_t \text{ 时}, x_{jt} + f_i(h_t, x_t) \in X_j$$

$$\text{当 } j = j_t \text{ 时}, x_{jt} - f_i(h_t, x_t) \in X_j$$

行为人 i 的可行策略集合记作 F_i,该策略组合记作 $F = \times_{i=1}^{m} F_i$。

对于任何策略组合 $f \in F$,我们可以定义惟一的路径 $a^f = \{a_t^f\}$ 和惟一的结果 $\xi(a^f) = \{\xi_t(a^f)\}$。如果 h_t^f 是 t 时期的博弈历史,那么由此惟一决定的可达致配置 x_t 为:

$$x_{it} = \xi_{it}(a^f) = \begin{cases} x_{it-1} + z_{t-1}, \text{当 } i = i_{t-1} \text{ 且 } r_{t-1} = \text{“yes”} \\ x_{it-1} - z_{t-1}, \text{当 } i = j_{t-1} \text{ 且 } r_{t-1} = \text{“yes”} \\ x_{it-1}, \text{其他情况} \end{cases}$$

其中,报价 z_t 为:

$$z_t = f_{i_t}(h_t^f, x_t)$$

回应 r_t 为:

$$r_t = f_{j_t}(h_t^f, x_t, z_t)$$

这样,对于任何博弈历史 h_t^f 来说,策略组合 f 允许我们定义博弈历史 $h_{t+1}^f = (h_t^f, a_t^f)$,并且,通过推导,我们可以定义完整的路径 a^f。

得益(payoffs)

为每一个策略组合 f 构想出一条路径对于确定博弈的得益是至关重要的。粗略地说,一个行为人的得益就是他从最终消费中获得的效用,但是,由于博弈过程是无限的,那么最终消费就很难被定义出来。由于这个原因,我们计算他在 t 时期消费商品组合所获得的效用,然后取这个效用序列的“下确界的极限”(lim inf)作为他的得益。对于任意结果 $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$,我们定义行为人 i 的得益为:

$$\lim_{t \to \infty} \inf u_i(x_{it}) = \sup_{T \geq 1} \{\inf\{u_i(x_{it}) \mid t \geq T\}\}$$

注意,这里没有计算贴现值,对于 lim inf 的使用也是相当保守的,因为我们用最低可能的估计来作为行为人效用的极限

值。实际上，我们能够说明，效用序列$\{u_i(x_{it})\}$有一个极限，并且配置序列也有个极限。

同样，为每一个策略组合构想出一个结果$\xi(a^f)$，就可以使我们定义个体得益函数$v_i: F \rightarrow \mathbf{R}$，对任何策略组合$f \in F$来说，让行为人$i$的得益等于：

$$v_i(f) = \lim_{t \to \infty} \inf u_i(\xi_{it}(a^f))$$

所以，最后我们得到由以下三点所界定的一般形式的博弈Γ：

- 行为人集合$\{1, \cdots, m\}$；
- 策略组合的集合$F = \times_{i=1}^{m} F_i$；
- 得益函数$v = (v_1, \cdots, v_m)$。

2.4 均衡

定义了可玩的博弈之后，分析这一博弈的下一步就是定义均衡。非合作博弈理论的核心概念是纳什均衡，在纳什均衡中，每个行为人选择的策略都是对他的对手所选策略组合的最好回应。从这个意义上来说，纳什均衡就是在给定策略$f_{-i}^* \equiv (f_1^*, \cdots, f_{i-1}^*, f_{i+1}^*, \cdots, f_m^*)$时，每个行为人$i$的一个策略组合$f^* \in F$，其中策略$f_i^*$最大化他的得益：

$$v_i(f^*) \geq v_i(f_{-i}^*, f_i), \forall f_i \in F_i$$

在动态博弈中，纳什均衡概念通常太弱，以至于不能给出有意义的结果。特别是，它不限制行为人偏离均衡路径的行为。作为一个例子，考虑下面的策略组合：

- 假定每个行为人 i 无论何时处于回应者的位置时，总是拒绝报价者的报价；
- 每个行为人 i 无论何时处于报价者的位置时，报的价总是无交易向量(the no-trade vector) $z=0$。

用这种方式定义的策略组合是一个纳什均衡。因为报价者预期到任何的报价都会被拒绝，那么，只作出无交易的报价就是他的最优选择。因为在均衡中所得到的惟一的报价是无交易(no-trade offer)的报价，那么对一个回应者来说，最优策略也就是拒绝。这样，每一策略都是对其他博弈者实际行为的最好回应。

然而，请注意，如果报价者偏离均衡策略而报价一个帕累托改进的交易，那么回应者拒绝它就不是最优的选择。这种行为看上去很不理智，但这却与纳什均衡的定义相一致。问题在于，纳什均衡的定义只要求行为人 i 的策略是对均衡中其他博弈者实际行为的最好回应。这并不限制他的行为局限于那些假设在均衡中不会出现的信息集合。在某些信息集合中，行为人 i 的均衡策略可能会让他采取一种假如信息集合达到时就不会是最优的行动。这种在信息集合达到时采取次优行动的做法对均衡来说可能是至关重要的。

因为这个原因，我们经常使用由泽尔腾(Selten，1965)所提出来的子博弈完美均衡(SPE)的更强要求。SPE 比纳什均衡要强，因为它要求每个行为人选择在任何他可能想像出的情况下的最优行动，而不只是那些在均衡路径上会出现的情况。尤其是，它排除了空集和不可信的威胁，这种威胁是指当行为人发现自己处于一种他曾威胁要采取某种行动的情形中而并不采取行动的威胁。正规地说，对于任何信息集合

$h \in H_i$，$\Gamma(h)$代表从信息集合 h 开始的子博弈。对于 $\Gamma(h)$ 中的任何博弈历史 h'，以及 F_i 中的任何策略 f_i，用$\langle f_i | h \rangle$表示由下式定义的策略：

$$\langle f_i \mid h \rangle (h') = f_i(h, h')$$

这就表示，策略$\langle f_i | h \rangle$告诉行为人在新一轮的博弈中，通过观察博弈历史 h'而采取的行动与原先博弈中如果他能观察到联合博弈历史(h, h')时所采取的行动是一样的，也就是说，h'在h 之后。这样，在 Γ 中的 SPE 就是策略组合 f^*，使得对于任何信息集合 $h \in H_i$，$\langle f_i^* | h \rangle$是$\langle f_{-i}^* | h \rangle$的最优回应。每个行为人 i 都被要求选择能够满足在任何可能信息集合中的纳什均衡条件的策略，而不是沿均衡路径所达致的策略。换句话说，$\langle f_i^* | h \rangle$是$\Gamma(h)$中的纳什均衡。

尽管 SPE 的概念用很重要的方式把博弈者的行为限制在一定的范围之内，但还是有许多行为可以作为均衡现象。从重复博弈理论来看，其中的理由是众所周知的。正如重复博弈的俗定理所表示的那样，当行为人有足够的耐心时，任何"个体理性的"得益都可能成为 SPE(Fudenberg and Maskin, 1986)。现在的博弈并不是重复博弈。重复博弈由在连续时期内重复进行的同一博弈组成。在不同时期中，DMBG 是不断变化的，因为当行为人交易时，当下配置是不断变化的。严格来说，DMBG 是个随机博弈，其中的博弈场景就是商品的配置和时间(前面说过匹配过程是时间的函数)，因为随着时间的推移，博弈场景也在不断变化，每个时期进行的都是不同的博弈。虽然如此，在重复博弈中应用的不确定性原则，也会影响对此博弈的分析。行为人在 t 时期的行动会通过两种方式来影响他的得益。一种是通过改变他现时的商品组合来直

接影响他的得益，另一种是通过改变他对手将来的行为来间接影响他的得益。如果特别的行动会导致他的对手采取惩罚策略，他就不会采取这种行动，即使这种行动可能直接提高他的得益。同样，他对手惩罚他的决定取决于这样一个事实：他们预期到，如果不采取惩罚策略，他们将会遭到惩罚。在一个无限博弈中，威胁的序列将永无止境，反威胁(counter-threats)支持着威胁，反反威胁(counter-counter-threats)又支持着反威胁……这样循环不止，以至于这可能暗中破坏子博弈完美均衡的限制性。换句话说，如果这些威胁有进一步的威胁，乃至无穷的威胁来支持，那么这些威胁就是可信的。结论就是存在与 SPE 行为一致的大的结果集合。

为了避免这种不确定，理论家有时只能把行为人的行为限制在更加小的策略集合中，即那些所谓的无记忆(memory-less)或历史无关性(history-independence)的集合。如果在均衡中所有行为人均选择无记忆策略，支持均衡结果的范围就会大大减小，因为行为人在作出行动选择时知道，他的策略会在将来作选择时被忘记。但在现在的博弈中，我们却不能完全摆脱记忆的影响，因为，现在的配置就是过去博弈的结果，行为人在每一期间选择行动时都必须知道这一点。然而，尽可能地限制记忆，将对博弈分析起到关键性的作用。规范地说，马尔可夫策略 f 就是这样一种策略。其中，

- 对于任何信息集合 (h,x)、$(h',x)\in H_i$(这里 i 是报价者)，其策略选择的是同样的报价 $z=f(h,x)=f(h',x)$；
- 对于任何信息集合 (h,x,z)、$(h',x,z)\in H_i$(这里 i 是回应者)，其策略选择的也是同样的回应 $r=f(h,$

$x, z) = f(h', x, z)$。

换句话说，在信息集合(h, x)条件下，报价者 i 的行为只取决于可达致配置 x 和时期 t，而不是博弈历史 h。我们必须把 t 包括在信息集合中，因为报价者 i 和回应者 j 的特性都是 t 的函数。同样，在信息集合(h, x, z)条件下，回应者的行为只取决于配置 x、时期 t 和报价 z，而不是博弈历史 h。

无记忆策略的概念使得纳什均衡进一步精练化。当每个行为人都选择马尔可夫策略时，马尔可夫完美均衡(Markov perfect equilibrium，以下简称为“MPE”)就是子博弈完美均衡(SPE)。这里特别指出，我们只限于关注行为人选择马尔可夫策略的 SPE，这与行为人本身限于选择马尔可夫策略是不同的。在 MPE 中，行为人可以选择任何可行的策略，但是马尔可夫策略证明是所有策略集合中最优的策略。

2.5 埃奇沃思特性

在 20 世纪 60 年代和 70 年代，经济学家研究一种被称为埃奇沃思过程(Edgeworth Process)(Uzawa，1960)的资源配置过程。这种资源配置过程是一个动态过程，其中状态变量是一个可达致配置，它按照确定性或随机性运动法则演化。与这种资源配置过程相对应的是一个用与每一时刻的现时配置相关的效用向量来界定的效用过程。埃奇沃思过程的特性就是指效用过程是不随时间递减的(更详细的论述参阅 Negishi，1962)。

埃奇沃思过程更像一个梯度过程，只是它的特点是非递

减效用向量，而不是标量目标函数。在某些正常条件下，我们可以证明埃奇沃思过程收敛于帕累托效率配置（或者是帕累托效率配置的集合）。这里可能出现的一个难题是，其中可能存在无效率的配置，在这种配置中，不能发现使效用增加的交易。例如，可能存在配对效率但帕累托无效率的配置（Madden，1976）。假如交易在一对一对的行为人之间发生，只要他们实现其中的一种配置，埃奇沃思过程就可能粘附于此，而永远不能达到帕累托效率配置。

DMBG 所产生的这一过程亦有一种类似的性质，笔者将此称为埃奇沃思特性（Edgeworth Property）。笔者此处所用的这个概念与早期文献中所使用的这个概念的主要区别在于，笔者在这里假定埃奇沃思过程中的行为人是短视的。他们只关心他们现在持有的商品组合的效用，尽管这一过程趋向于一种摸索过程（a tâtonnement process），在此过程中直到交易结束才发生消费。相比较而言，在 DMBG 中，行为人是远视的。当时间趋于无限时，他们所关心的是渐进地（asymptotically）收到的商品组合的效用。我们所能够证明的是，均衡得益是非递减的。

假定 f^* 是一个 MPE，$\{x_t\}$ 是均衡结果，那么行为人 i 的均衡得益可以表示为：

$$v_i(f^*) = \liminf_{t\to\infty} u_i(x_{it}) \quad ,$$

在 t 时期开始时，在一个报价被提出来之前，均衡得益是初始配置 x_t 和时期 t 的函数。从某种意义上说，交易是在自愿基础上进行的，因为行为人总是可以通过提出 $z=0$ 的报价（当他是报价者时），或者拒绝所有的报价（当他是回应者时）来确保没有交易发生。至少，他可以保证获得效用 $u_i(x_{it})$，所以

对于任何处在 t 时期的行为人 i 来说，

$$v_i(f^*) \geqslant u_i(x_{it})$$

从中立刻可以得出：

$$\lim_{t\to\infty} \inf u_i(x_{it}) = v_i(f^*) \geqslant \lim_{t\to\infty} \sup u_i(x_{it})$$

这意味着：

$$v_i(f^*) = \lim_{t\to\infty} u_i(x_{it})$$

命题 2 设 f^* 是在 Γ 中的一个 MPE，$\{x(t)\}_{t=1}^{\infty}$ 是均衡结果，那么，

$$v_i(f^*) = \lim_{t\to\infty} u_i(x_{it}), \forall i$$

采用收敛的方法是非常重要的。在复杂的博弈中，很难知道分析均衡策略的切入点。得益最终是一个常数这一事实给我们提供了一个切入点。在下一节我们会发现，其中一个暗含的假定是交易的收益最终趋于零。这样，我们就可以研究有限的配置，然后可以反向推导出整体均衡的特性。

2.6 效率

这一节所要说明的一个基本观点是，如果行为人重复地相遇并且针对配对交易的收益讨价还价，那么由此导致的均衡配置一定是帕累托效率的。这样说，该结论听起来好像是同义反复。从这一分析中我们要了解到的是，该结论并非是微不足道的，其中暗含着重要的玄机。

我们的理论分析的直观意义相当简单。设想一下，在极限处当 $t\to\infty$时，配置收敛于 x。行为人 i 的均衡得益就是

$v_i(f^*)=u_i(x_i)$。我们已经知道，当 $v_i(f^*)\geqslant u_i(e_i)$时，$x_i$ 就是个体理性的。如果 x 不是帕累托效率的，那么根据命题 1(第 51 页)，它也不是配对效率的。这就表示，两个行为人 i 和 j 通过彼此交易可以增加他们的效用。i 和 j 迟早会相遇，并且他们中有一个会向另一个提出帕累托改进的交易。这就表示他们将比均衡得益获得更多，这与纳什均衡的条件相矛盾。

要证明这个结论有几个技术难点。首先，得益和效用沿着特定的路径收敛的事实，并不表示相应的配置也会收敛。即使效用不变，在极限处也可能存在不可忽视的交易。其次，上面的解释运用在极限处，而我们需要说明当收敛还没有实现时，对于很多但有限的时期 t 会出现一个矛盾。

比技术问题更重要的是策略问题。没有 MPE 的假设，我们就无法证明回应者一定会接受帕累托改进的报价。假定行为人 i 和 j 在博弈过程中相遇较晚，这时他们的商品组合分别是 x_i 和 x_j 而相应的均衡得益分别是 $\bar{v}_i$ 和 $\bar{v}_j$。进一步假定，i 报出一个可行的交易量 z 向量，它会给 i 和 j 带来比他们现在的均衡得益更大的效用，即：

$$u_i(x_i+z)>\bar{v}_i, u_j(x_j-z)>\bar{v}_j$$

那么 j 会接受吗？只有当 j 认为他拒绝 i 的 $-z$ 向量的报价会在将来得到更大的得益时，j 才不会接受。但是，如果 i 预期到 j 的拒绝，那么 i 一开始就没有报价的激励。所以，对于行为人来说，没有进一步交易，接受原先均衡中的 $\bar{v}_i$ 和 $\bar{v}_j$ 得益，可能也是一个均衡。这个结论中最重要的假定是，i 给出的报价在以后的博弈中将被记住，并且作为行为人改变以后均衡策略的信号，以至于 j 拒绝 i 将会得到奖赏。

在一个 MPE 中，被拒绝的报价在随后的博弈中不会被“记住”。策略仅取决于现在的状态，所以只有当过去的行为对现在的配置有很大冲击时，过去才会被“记住”。被拒绝的报价对于即期的配置是没有影响的，所以，在随后的博弈中，博弈者无法区别被拒绝的报价和无交易报价。在上面的例子中，由于 j 不能从拒绝报价中获得收益，他一定会接受帕累托改进的报价。

从纯策略角度来看，MPE 的假定可能太武断。而从竞争市场角度来看，它似乎更合理些。在一个大市场中，行为人不可能观察到所有的报价，所以第三方没有激励将他们的行为基于已被拒绝的报价上。另一方面，在市场中还有社会规范在起作用——如公平价格概念——违反者将在很大的范围内受到社会的惩罚。在第 3 章中，我们将详细讨论这个问题。到这里，对于马尔可夫假定在得出这一结论中的重要性，我们已经有足够的认识了。

为了证明命题 3，我们需要再强调一下偏好假设。我们特别假定：

- 所有效用函数 u_i 都是严格凹的。

这个假定能够保证：如果效用是收敛的，那么配置也是收敛的。如果效用是收敛的，但是交易不收敛于零，那么在极限处，两个行为人之间一定存在使效用保持不变的非零交易。但是，如果两个行为人能通过交换一个非零商品组合而保持效用不变，他们就可以通过交易一半数量来实现其效用的增加。在以下的分析中，我们会证明，这种交易的存在与 MPE 的条件相矛盾。

下一个命题表明了在均衡路径中极限配置集合的特性。

首先,它表明配置是收敛的,其次,它表明极限的配置是帕累托效率的。

命题 3 MPE 的结果$\{x_t\}$收敛于$x_\infty = \lim_{t\to\infty} x_t \in P$。

证明 第一步要证明$\{x_t\}$是柯西序列(Cauchy sequence)。这是用反证法。与我们要证明的相反,假定存在$\epsilon > 0$,在任何时期t,对于某个子序列(用同样的标记),满足$\| x_t - x_{t+1} \| \geq \epsilon$的条件。进一步选择一个子序列,在任何时期$t$都满足$i_t = i$和$j_t = j$。由于每对行为人$(i,j)$都会匹配无限多次,选择这种子序列总是可能的。再进一步选择一个子序列,当以上条件满足时,存在$x_t \to y$和$x_{it+1} - x_{it} \to z$。选择这样的子序列也是可能的,因为可达致配置的集合是紧集。由于当$k = i$、j时,

$$\lim_{t\to\infty} u_k(x_{kt}) = \lim_{t\to\infty} u_k(x_{kt+1}) = v_k(f^*)$$

所以可以得出:

$$u_i(y_i) = u_i(y_i + z) = v_i(f^*)$$

$$u_j(y_j) = u_j(y_j - z) = v_j(f^*)$$

由严格凹性得出:

$$u_i(y_i + z/2) > v_i(f^*)$$

$$u_j(y_j - z/2) > v_j(f^*)$$

当t足够大时,由连续性得出:

$$u_i(x_{it} + z/2) > v_i(f^*)$$

$$u_j(x_{jt} - z/2) > v_j(f^*)$$

由于i可以通过向j报价进行$z/2$的交易而使他们的福利同时提高,因而这与均衡条件相矛盾。

因为我们已经是在考察对均衡路径的偏离,最后一步并

非是完全显而易见的。我们已经说明，i 可以向 j 报价通过一项交易而使他们两人的福利均比在均衡路径中的情况有所改善。然而，如果 j 拒绝这个报价可以仍旧获得比此更高的福利，那么他就可能拒绝这个报价。j 的福利能够进一步得到改善吗？在一个马尔可夫均衡中，这是不可能的。因为策略选择不会被记住，如果 j 拒绝 i 的报价，下一期间开始时的配置又和本期间开始时的配置会完全一样。由于 f^* 是一个 MPE，均衡得益只取决于下一阶段的 $(x_t, t+1)$，可以记作 $v_j(x_t, t+1)$。一方面，由于交易是自愿的，$v_j(x_t, t+1)$ 必须满足 $v_j(x_t, t+1) \leqslant v_j(f^*)$，否则 j 就可能拒绝 t 时期的任何报价，从而实现比均衡得益更高的福利，而这又与均衡条件相矛盾。另一方面，如果 j 接受报价 z，他的得益必须至少满足：

$$v_j(x', t+1) \geqslant u_j(x_{jt} - z/2) > v_j(f^*)$$

这里的新配置 x' 表示为：

$$x'_k = \begin{cases} x_{it} + z/2, \text{当 } k = i \\ x_{jt} - z/2, \text{当 } k = j \\ x_{kt}, \text{其他情况} \end{cases}$$

所以，在一个 MPE 中，行为人 j 一定会接受报价 z。这样，行为人 i 获得的得益至少满足 $u_i(x_{it} + z/2) > v_i(f^*)$，并且行为人 i 一定会偏离均衡路径。

请注意，为了证明 j 一定会接受 i 的报价，我们只需要看前一期间就行了。因为我们假定策略 f^* 构成了均衡，所以如果 j 拒绝报价，他所获得的得益就会由从下一时期的即期配置开始的均衡策略所决定。由于这种得益比他接受报价的

得益要少，那么 j 的均衡策略就一定是接受 i 的报价。

因此 $\{x_t\}$ 不是柯西数列的假定与均衡条件相矛盾。这一矛盾说明，$\{x_t\}$ 是柯西数列，所以 $\{x_t\}$ 收敛于极限配置(a limit allocation) x_∞。

为了证明 $x_\infty \in P$，我们可运用同样的论证方法。假定 $x_\infty \notin P$，那么根据命题 1，x_∞ 就不是配对效率的，对于某对行为人 (i,j) 来说，必然存在可行的交易 z 满足：

$$u_i(x_{i\infty} + z) > u_i(x_{i\infty}) = v_i(f^*)$$

$$u_j(x_{j\infty} - z) > u_j(x_{j\infty}) = v_j(f^*)$$

并且当 t 足够大时，由连续性得出：

$$u_i(x_{it} + z) > v_i(f^*)$$

$$u_j(x_{jt} - z) > v_j(f^*)$$

由于一对行为人 (i,j) 会在 ω 中匹配无限多次，我们可以用先前的结论证明，i 通过向 j 报价 z 一定会偏离均衡路径，从而与均衡条件相矛盾。这也就说明 $x_\infty \in P$。■

2.7 竞争性的经济序列

为了沿着我们的思路进一步探讨，我们不得不允许行为人的数量无限制地扩大。有好几种方法可以做到这一点。一个简单的方法就是假定有一个固定的行为人序列 $i=1,2,\cdots$，并假定每个行为人都有其特定的一个消费集合 X_i、一个禀赋 $e_i \in X_i$ 和一个效用函数 $u_i: X_i \to \mathbf{R}$。对于每一个正整数 m，界定一个由前 m 个行为人组成的纯交换经济 ε^m。利

用这个经济和一个匹配概率 π^m，我们可以定义一个由行为人 $I^m=\{1,\cdots,m\}$ 组成的匹配与讨价还价博弈 Γ^m，策略集合则为 $F^m=\times_{i=1}^m F_i^m$，得益函数 $\{v_i^m\}_{i=1}^m$ 则按通常的方法定义。用 $MPE(\Gamma^m)$ 表示与博弈 Γ^m 相对应的马尔可夫完美均衡（MPE）的集合。

这一节的目的是研究一系列均衡 $\{f_m\}_{m=1}^{\infty}$ 的行为，这里对每一个 m 来说，$f^m\in MPE(\Gamma^m)$。

对于每一个均衡 f^m，令 $x^m=\{x_t^m\}_{t=1}^{\infty}$ 表示一系列沿着均衡路径所观察到的可达致配置，并且令：

$$y^m=\lim_{t\to\infty}x_t^m$$

这也就是说，y^m 是极限配置。因为 $y^m\in P$，根据福利经济学第二定理和通常的凹性假定，对于 $i=1,\cdots,m$ 来说，存在一个支持价格向量 P^m 使得：

$$u_i(y_i)\geqslant u_i(y_i^m),\ y_i\neq y_i^m\Rightarrow p^m y_i>p^m y_i^m$$

为了理解这一点，注意到效率意指有一个普通向量 p^m 存在，并且该向量与每一梯度向量 $\nabla u_i(y_i^m)$ 成比例，而严格的凹性和梯度不等式则意味着所有其他方面。

我们可以将价格规范化，也就是说，对每一个 m 来说，$\|p^m\|=1$。因为数列 $\{p^m\}$ 是有界的，它有一个收敛于极限价格向量 p^0 的子数列。定义这个收敛子序列为 $m\in\mathscr{M}$，在以下的分析中，我们要对这个子数列集中进行分析。

由于博弈的序列及其相应均衡的复杂性，因而为了在极限处表示均衡，我们还需要两个额外的假设。一个与博弈均衡解的连续性有关，另外一个与个体效用函数的曲率有关。

连续性

当行为人的数量变得很大时，就他的禀赋和他对整个社会福利的潜在贡献而言，单个行为人会变得无足轻重。然而，即使当行为人的数量变得非常大时，这也并不能保证他对极限配置的影响可以被忽略。在一个动态博弈中，大量行为人可能以单个行为人的行动为条件来作出他们的反应，这种可能性内生地产生了单个行为人对均衡的不可忽略的影响的可能性。为了避免这种可能性，必须添加一个连续性假设。这一重要思想很简单。连续性假设要求单个博弈者对极限配置的影响可以忽略不计。

在描述连续性假设前，我们有必要就这一假设的本质和所起的作用作出几点一般说明。首先，它是一个关于内生变量的假设。因此，它直接限制了我们需考虑的均衡的种类，而不是原始的模型。这样的假设通常因为它完全不清楚将什么排除在外了而受到人们的质疑。其次，它是一个关于策略的假设，因而它限制了博弈者对偏离均衡策略的反应。最后，它是一个复合假设。运用连续性假设的情形涉及两个极限：一个是当时间趋向无穷的时候，另一个是当行为人的数量变得没有限制的时候。考虑到这两个极限，我们需要单一连续性。

对任何一个策略组合 $f\in F^m$，存在一个惟一的配置数列 $\xi(a^f)=\{\xi_t(a^f)\}_{t=1}^{\infty}$，其中 $\xi_t(a^f)$表示 t 时期的配置。假设行为人 j 通过选择一个任意策略 $\hat{f}_j\in F_j$ 而偏离了均衡，用 $a(f_{-j},f_j)$表示结果路径，用 $\xi(a(f_{-j},f_j))$表示结果，则这种偏离对博弈结果的影响可以用任何时期的即期配置与均衡极限配置之间的距离来度量。假定 y 是均衡极限配置，在 t 时期的即期配置是 $\xi_t(a(f_{-j},\hat{f}_j))$，那么两者的距离则为：

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|\xi_{it}(a(f_{-j},\hat{f}_j))-y_i\|$$

请注意，我们取了平均距离。我们需要确信的是，正如我们所得到的距离所测度的那样，仅仅单个行为人 j 的偏离不会导致结果发生一个很大的改变。

- 假定 $\{f^m\}$ 是 MPE 的一个固定但任意的数列。**连续性假设**要求，对任何的 $\epsilon>0$，存在 M 和 T，使得对任何行为人 j 和任何策略 $f_j \in F_j^m$ 来说，有：

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|\xi_{it}(a(f_{-j}^m,f_j))-y_i^m\|<\epsilon,\forall m>M,\forall t>T$$

这里的 $m\in\mathscr{M}$。

换句话说，单个行为人的任何偏离均不能用足够大的 t 和 m 来很大地改变平均配置。这并不意味着偏离的行为人不能在不可忽视的程度上改变包括他自己在内的一些行为人的消费组合。这里所说的意思仅仅是，他不能在很大程度上改变大多数行为人的消费组合。我们也应该注意到，我们已经将距离一致地限制在 t 和 m 的范围之内了。一致性(uniformity)是必要的，否则，极限的顺序就会变得很重要。

非常不幸的是，这种限制内生变量的值的假设是模糊的。我们不知道就原始的模型而言，这个假设把什么包括进来了或者把什么排除出去了。我们不知道这个假设是否符合大多数 MPE。此时，我们必须在似乎可接受的直觉基础上接受它，而且我们还必须接受为了使分析容易处理和得到我们想要的结果因而需要像这样的假设的事实。在第 3 章，我们将更详细地考察这种假设的基础。

为了表明当 n 的数量无限增加时，n-人博弈的纳什均衡

收敛于一个连续统博弈的纳什均衡，格林(1984)就曾经使用过一个类似的假设。

为了表明当厂商的数量无限增加时，古诺寡头博弈(Cournot oligopoly game)的纳什均衡收敛于竞争均衡，这样的一个假设看起来也是必需的。罗伯特(Robert，1980)提出过一个竞争性极限结果的反例。假如将厂商所选择的数量限定于均衡价格的均衡价格关系式是多值的，那么，一个厂商在数量上的较小改变就能导致在价格上的不连续改变。单个厂商行动的不连续效应会阻止我们得到极限处的完全竞争。即使每个厂商就它对整个产出的影响而言是“小的”，也会如此。

曲率

第二个假设要求行为人的偏好曲率的一致性。因为，我们假定行为人的数量没有限制，当行为人的数量变得很大时，沿着一个行为人的无差异曲线的替代程度可能会下降。这一小节所引入的假设对替代率的最小值加了限制。正如在下面所提到的那样，这个假设并不是严格需要的，但是引入这个假设，可以使问题变得简单些。

这一假设的第一部分保证了无差异曲面有正的曲率，也就是说，在无差异曲面上没有折线。这一点可由以下这一假设加以确保：对任一消费组合 x_i 来说，存在一个包含进偏好于 x_i 的消费组合的集合中的半径为正的球，并且该球和无差异曲面在 x_i 处相切。这个球越大，无差异曲面越平坦。就当前的目的而言，保证无差异曲面的曲率中有某种程度的一致性也是有必要的。要做到这一点，可以假定对每个行为人 i 和每一消费集合 x_i 而言，都可以选择一个有固定的最小半

径 $r>0$ 的球。这一小节的其他部分介绍的是一些细节性的东西,非技术性的读者可以跳过它。

对于任意的行为人 i 和消费组合 $x_i \in X_i$,令:

$$H_i(x_i) \equiv \{x'_i \in X_i \mid u_i(x'_i) \geq u_i(x_i)\}$$

代表至少与 x_i 一样好的消费组合的集合。令:

$$g_i(x_i) = -\nabla u_i(x_i) / \| \nabla u_i(x_i) \|$$

从而定义标准函数 $g_i: X_i \to \mathbf{R}^l$。

那么我们注意到,对于任意的 $\alpha>0$,点 $x_i - \alpha g_i(x_i)$属于 $H_i(x_i)$并且离点 x_i 距离 α。令:

$$B(x, r) = \{y \in \mathbf{R}^l \mid \| x - y \| \leq r\}$$

表示球心为 x,半径为 r 的球。

- 我们的曲率假设(curvature assumption)是:$\alpha>0$ 时,对于任意的行为人 i 和任意的 $x_i \in X_i$,

$$B(x_i - \alpha g_i(x_i), \alpha) \subseteq H_i(x_i)$$

即以 $x_i - \alpha g_i(x_i)$为球心、以 α 为半径的球内的每一个点都弱偏好于 x_i。

像在前面一样,我们可以限制该假定仅对个体理性组合 x_i 成立,以至于 $u_i(x_i) \geq u_i(e_i)$。

请注意,这一假定的长处来自于这样一个事实:对 α 的选择是与 i 和消费组合 x_i 无关的。这意味着,在每个行为人的消费集合的任意一点上,其无差异曲线的曲率存在一个一致性的边界。

线性

在前面的一小节中,我们已经引入了竞争性极限定理

(competitive limit theorem)继续发展所必需的两个特殊假设。下一步则是表明要满足预算平衡。更精确地说，当 m 足够大时，可以证明任何建立在竞争性预算约束集合 $\{z \in \mathbf{R}^l \mid p^0 z \leqslant 0\}$ 基础上的净交易在一个渐进纯 MPE 中可以达到。这也就是说，我们可以证明，每个行为人可以得到的效用与他在一个具有价格向量 p^0 的竞争均衡中获得的效用相同。

这一由笔者(1986)以及奥斯本和鲁宾斯坦(Osborne and Rubinstein，1990)所采用过的并作了一些改进的证明策略由一系列的步骤组成。首先，我们注意到，因为有限的配置是有效率的，并且有一个支持价格向量，对任何的净交易 z 来说，有 $p^0 z < 0$，我们可以找到一个数 n，使得 $-z/n$ 对任何拥有有限组合 y_j^m 的行为人 j 而言都是一个偏好的交易。这是由曲率假设得到的。然后，我们要求下面的策略必须允许行为人 i 得到净交易 z。无论何时机会出现了，只是报价交易 z/n 而拒绝所有其他交易。重复这个模式直到交易 z/n 实施了 n 次。在 t 足够大时，任何行为人 j 都必定愿意交易 $-z/n$，这是因为，当 t 增加时，行为人的当前组合收敛于 y_j^m 从而使得 $-z/n$ 成为一个偏好的交易。既然行为人 i 有无数次机会去进行这类交易，它必定有一次会得到净交易 z。

然而，要使这个推断能够成立，我们还需要一些假设。我们已经提到过曲率假设。另一个是连续性假设。关键是，对大多数行为人来说，对均衡的偏离不会很大程度上改变极限配置。假如不是这样的话，支持价格 p^0 和优先交易 z 的集合都要改变，那么我们就不能确信每个人都会接受 $-z/n$。最后，马尔可夫假设是很重要的，因为它保证了在一个连续博

弈中，如果一个行为人 j 拒绝和行为人 i 用 $-z/n$ 进行交易，他将得不到回报。

引理 4 令 $\{f^m\}$ 是满足前述假设的 MPE 的一个竞争性数列。当所有的 $m\in\mathscr{M}$ 足够大时，对任一 i 和 z，有 $e_i+z\in X_i$ 和 $p^0z<0$，$v_i^m(f^m)\geqslant u_i(e_i+z)$。

证明 确定 i 并且选择一个 z 使得 $p^0z<0$。选择 M 使得对所有的 $m>M$，有 $p^mz<0$，然后选择 $0<\lambda\leqslant 1$ 和 $\epsilon>0$，使得对所有的 $j\leqslant m$ 和 $m>M$，以 ϵ 为半径、$y_j^m-\lambda z$ 为球心的球包含在以 α 为半径、$y_i^m+\alpha p^m$ 为球心的球内，所以也包含在 $H_i(y_j^m)$ 内。曲率假设保证了这一建构的可能性。

现在对某一固定但却任意的 m 而言，考虑下面的策略 f_i。选择一个数 $n>1/\lambda$，并且使行为人 i 在每个机会中都报价交易 z/n，直到它得到总交易 z。也就是说，

$$f_i(h)=\begin{cases}z/n,\text{当 } i \text{ 是报价者且已经交易了 } kz/n(k<n)\\0,\text{当 } i \text{ 是报价者且已经交易了除 } kz/n \text{ 之外的量}(k<n)\\\text{“no”},\text{当 } i \text{ 是回应者}\end{cases}$$

确切的交易模式取决于博弈的顺序，但是行为人 i 将遇到行为人 $j\neq i$ 无数次。连续性假设隐含着存在数 M 和 T，使得对于所有的 $m>M$ 和 $t>T$，有：

$$\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\|\xi_{jt}(f_{-i}^m,f_i)-y_j^m\|<\epsilon/2$$

这表明，对于至少半数的行为人，有：

$$\|\xi_{jt}(f_{-i}^m,f_i)-y_j^m\|<\epsilon \tag{2.2}$$

令 J 表示满足不等式(2.2)的行为人集合，那么对于所有的属于这个集合的行为人 j 以及对于所有的 $m>M$ 和 $t>T$，有：

$$u_j(\xi_{jt}(f^m_{-i},f_i)-z/n)>u_j(\xi_{jt}(f^m))$$

这是因为 $\xi_{jt}(f^m_{-i},f_i)-z/n$ 属于球心为 y_j^m-z/n、半径为 ϵ 的球，并且当 $t\to\infty$时，$u_j(\xi_{jt}(f^m))$收敛于 $u_j(y_j^m)$。

那么，马尔可夫性质意味着：因为 $t>T$ 足够大，一个行为人 $j\in J$ 假如还没有接受 z/n 的报价的话，那么他现在必须接受。

因此，对几乎每一个可实现的 ω，行为人 i 能够在极限处实现交易 z，并且当 $t\to\infty$时，$\xi_{jt}(f^m_{-i},f_i)\to e_i+z$。■

引理 4 表明，在极限处，博弈的 MPE 的结果在线性预算约束条件下最大化每个行为人的效用。这可以让我们得到如下结论：在极限处，当行为人的数量变得很大时，动态匹配与讨价还价博弈得到一个竞争性的均衡配置。这个配置总是可以达致的，并且引理 4 表明，每个行为人的最终消费组合会给他一个效用，而这个效用等于价格为 p^0、财富为 p^0e_i 时的竞争均衡间接效用 $v_i(p^0,p^0e_i)$。

有限替代下的一个反例

现在我们清楚了为什么一致性的曲率对于下面的论述是必要的了。我们想说明的是，通过将交易 z 拆分成n 个z/n，并且每个 z/n 与不同的行为人交易，一个行为人能够交易任何的向量 z，使得 $pz<0$。假如行为人没有一致性的曲率，那么不会有这样的 n 个行为人，对这些人来说，其偏好的交易是$-z/n$。当然，也可能有其他的方法得到净交易 z。不妨找一个总和为 1 的正数数列$\{\rho_i\}$，然后进行一系列的交易$\{\rho_i z\}$。假如适当选择数量 $\rho_i\to0$，那么有可能在不用假定存在一致性曲率的情况下得到所要的交易。很显然，那些具有

有限替代能力(limited substitutability)的行为人将得到最小的交易。然而,即使这个方法得以采纳,为了保证交易 z 能够实现,仍需要一些对替代能力的约束。为了观察一致性的曲率的缺失是如何阻止收敛于竞争性的均衡配置的,我们可以考虑,假如大多数行为人的偏好全然没有曲率的时候将会发生的情形。

假定有 2 种商品 $l=2$ 和 2 个行为人 $m=2$。行为人 1 有柯布—道格拉斯偏好(Cobb-Douglas preferences):

$$u_1(x_1) = \log_e x_{11} + \log_e x_{12}$$

行为人 2 有列昂惕夫偏好(Leontief preferences):

$$u_2(x_2) = \min\{x_{21}, x_{22}\}$$

假定初始禀赋是 $e_1=(3,2)$ 和 $e_2=(2,3)$,存在一个惟一的竞争均衡,在其中,每个行为人消费(2.5,2.5),但是这不是 DMBG 的惟一有限的均衡配置。例如,在一个行为人 1 得益为 $(2.5-\varepsilon,2.5-\varepsilon)$,行为人 2 得益为 $(2.5+\varepsilon,2.5+\varepsilon)$ 的配置中,对足够小的 $\varepsilon>0$ 来说,这一配置可以视作 DMBG 的一个均衡——正如 2.11 节将要展示的那样。

毫不奇怪,在只有 2 个行为人的时候,竞争并不工作。但是,作为一个有任意数量行为人的 DMBG 的 MPE,同样的配置可以达到。假定在行为人 1 和行为人 2 之外,还存在大量的具有列昂惕夫偏好和(1,1)禀赋的其他行为人。对行为人 1 和行为人 2 来说,同一组合仍然是可实现的。另外,其他行为人的出现并没有对博弈的均衡过程产生影响。行为人 1 和行为人 $i>2$ 之间不可能发生交易,所以就像其他的行为人不存在一样。

相比之下,假如其他行为人具有与行为人 1 相同的柯

布一道格拉斯偏好，而且禀赋为(1,1)，那么，引理4的论述仍然适用。行为人1能够通过对 n 个不同行为人报一个小的向量 $z/n=(-0.5,0.5)/n$ 的价，从而实现它的竞争性交易 z。

竞争性极限定理

前面的分析可以用一个竞争性极限定理来概括。给定一个行为人的无限数列 $i=1,2,\cdots$，对任意有限的数 m，定义一个包含前 m 个行为人 $i=1,2,\cdots,m$ 的交换经济 ε^m。然后，通过以 $\pi^m=\{(i_t^m,j_t^m)\}$ 具体表明博弈的顺序来定义博弈 Γ^m。假如对于每一个 i 下面的假定都能满足，数列 $\{\Gamma^m\}$ 就称为竞争性博弈序列：

- $X_i\subset\mathbf{R}^l$ 是非空的，而且对于一些常数 c_i(因此 X_i 是闭合的)有
  $X_i\equiv\{x_i\in G_i\mid u_i(x_i)\geqslant c_i\}$；
- $e_i\in X_i$；
- $u_i:X_i\to\mathbf{R}$ 是严格凹的和递增的，并且 C^1 在 X_i 的一个开的超集上。

并且该序列满足：

- 上面引入的曲率假设(第76页)；
- 约束 $\{X_i\}$ 是始终有下界的，并且禀赋均值 $m^{-1}\sum_{i=1}^{m}e_i$ 是始终有上界的。

这些假定中只有最后一个是新引入的。它保证了当经济的规模无限制扩张时，行为人可以利用的资源不是平均增长的。

现在,令$\{f^m\}$为一个均衡策略组合的数列,使得对于每一个 m,有 $f^m \in MPE(\Gamma^m)$。假如下面的性质得以满足,数列 $m \in \mathcal{M}$就称为竞争性均衡序列。

- 对于每一个 m, f^m 是一个 MPE,并且对几乎所有的 ω,有 $x_i^m \rightarrow y^m$;
- 对于每一个 $m \in \mathcal{M}$,存在一个价格向量 p^m 使得 $\| p^m \| = 1$,并且 $u_i(x_i) > u_i(y_i^m)$ 意味着,对于 $i = 1, \cdots m$,有 $p^m x_i > p^m y_i^m$;
- 子序列满足第 74 页上所引入的连续性假设。

如果对每一个 i,有:

$$y_i^0 \in \arg\max \{ u_i(x_i) \mid x_i \in X_i, p^0 x_i \leqslant p^0 e_i \}$$

那么称(y^0, p^0)为一个竞争性极限均衡。也就是说,在极限配置 y^0 中,每个行为人在由极限价格体系 p^0 所决定的预算约束下最大化他的效用。引理 4 可以保证这个性质。

虽然极限配置(就时间而言)$y^m = (y_1^m, \cdots, y_m^m)$ 在 $\sum_{i=1}^{m} (y_i^m - e_i) = 0$ 的意义上是可以达致的,但是这并不能保证极限配置(就行为人的数量而言)$y^0 = (y_1^0, y_2^0, \cdots)$ 在

$$m^{-1} \sum_{i=1}^{m} (y_i^0 - e_i) \rightarrow 0 \tag{2.3}$$

的意义上是可以达致的。y^0 不一定能达致的原因在于,就 i 而言,$\{y_i^m\}_{m=1}^{\infty}$收敛于 y_i^0 不一定是一致的。当然,如果我们假定一致收敛,那么我们可以确信极限配置 y^0 是可以达致的。对于任意的 $\varepsilon > 0$ 和所有足够大的 m,一致收敛意味着对于 $i = 1, \cdots, m$ 而言,有 $\| y_i^0 - y_i^m \| \leqslant \varepsilon$。从这点我们可以

很容易得到：

$$m^{-1}\left\|\sum_{i=1}^{m}(y_i^0-e_i)\right\| = m^{-1}\left\|\sum_{i=1}^{m}(y_i^0-y_i^m+y_i^m-e_i)\right\|$$

$$= m^{-1}\left\|\sum_{i=1}^{m}y_i^0-y_i^m\right\|$$

$$\leqslant m^{-1}\sum_{i=1}^{m}\left\|y_i^0-y_i^m\right\| \leqslant \varepsilon$$

对于所有的足够大的 m 成立。因此，

$$\lim_{m\to\infty} m^{-1}\left\|\sum_{i=1}^{m}(y_i^0-e_i)\right\| \leqslant \varepsilon$$

因为 ϵ 的选择是任意的，该极限事实上为零。

如果(y^0, p^0)是一个竞争性极限均衡并且 y^0 在条件(2.3)下是可达致的，那么我们称(y^0, p^0)为一个强的竞争性极限均衡。

定理 5 令$\{\Gamma^m\}$为一个竞争性博弈序列，$\{f^m\}_{m\in\mathscr{M}}$为一个相应的竞争性均衡序列，$y^0$ 和 p^0 为极限配置和价格体系。在已有的(y^0, p^0)是一个竞争性极限均衡的假定下，如果$\{y_i^m\}$一致收敛于 y^0，那么(y^0, p^0)是一个强的竞争均衡。

这使我们结束了我们关于动态匹配与讨价还价博弈的 MPE 的特性的首次探讨。正如我们已看到的那样，在为竞争均衡理论提供策略基础的过程中，我们需要一些强的假定。这些将在第 3 章中得到更详细的考察。在本章的剩下部分，笔者探讨了这个理论的其他方面。下面以存在性开始我们的讨论。

2.8 存在性

到现在为止，我们已经在没有很多地考虑马尔可夫性质限制的情况下，集中讨论了 MPE 的特性。然而 MPE 存在吗？虽然一个完全普遍的存在性描述是不可能的，但是在特殊情况下，我们仍可以对之作些讨论。我们发现，在大量的经济环境中，MPE 确实存在。此外，它们有一个很好的结构，这自然而然地使得它们成了我们研究的目标，并且允许我们对存在性进行建构性的研究。

证明一个 MPE 存在的方法是很简单的。在重复博弈理论和行为人连续统的 DMBG(例如，Gale，1986c)中，我们可以通过猜想均衡结果，然后再证明它是一个能够为适当的策略所支持的 MPE 来构造一个均衡。这里的证明也是建构性的。笔者假定，对一经济而言，MPE 的结果收敛于一个竞争性均衡配置。第一步是找到交易规则，这些规则使得行为人可以交易商品，从而在保持他们当前消费组合价值不变的情况下，从他们最初的禀赋变为他们的竞争性均衡消费组合。这些交易规则可以当作均衡策略的基础：不管达致了什么配置，行为人都认为他们的目标是与那个配置相关的竞争均衡，并且将规则用在向目标接近的交易中。困难的一步是去证明这些策略构成了一个 MPE，并且它们排除了任何人比他的均衡得益做得更好。事实上，这只能在一些特殊情况下得以证明，所以，我们有必要作出一些特殊的假定。考虑到在一个有限经济中，每个行为人都有一些"市场垄断力"这一事实，这种

做法也没什么意外之处。总的说来，当行为人的数量无限大的时候，我们应该期望竞争均衡就是一个 MPE 的结果。

令 $\varepsilon = \{(X_i, u_i, e_i)\}_{i=1}^m$ 为一个固定但任意的经济，并且对任意可达致的配置 $x \in \hat{X}$ 来说，令 $\varepsilon(x)$ 表示将 x 作为初始禀赋所形成的交换经济，也就是说，$\varepsilon(x) = \{(X_i, u_i, e_i)\}_{i=1}^m$。令 $W(\varepsilon(x))$ 表示 $\varepsilon(x)$ 的瓦尔拉斯配置的集合，也就是配置 x^* 的集合，使得对于某个价格体系 p^* 而言，有序对 (p^*, x^*) 是 $\varepsilon(x)$ 的一个竞争均衡。在一定条件下，我们能够证明，存在一个可以实现 ε 的瓦尔拉斯配置的 Γ 的 MPE。这保证了前面几节的讨论不是空洞的。更有意思的是，它表明，甚至对有限博弈而言，竞争均衡也可以为 MPE 所实现。如果我们考虑 SPEs 而不是 MPE，由于 SPEs 允许使用触发策略，那么得到这个结论就不会太令人感到奇怪了。因此，SPEs 的集合可能比 MPEs 的集合更大。在任何情况下，MPE 存在性的证明并不是很容易的。

在我们已有的假定下，每一个有效率的配置 $x \in p$ 都是与一个基本上是惟一的支持价格向量相联系在一起的。令 $\Delta = \left\{p \in \mathbf{R}_+^l \,\middle|\, \sum_{h=1}^{l} p_h = 1\right\}$ 表示 $l-1$ 维单纯型(simplex)。对任一帕累托效率配置 $x \in P$，令 $\pi(x)$ 表示 Δ 中的惟一价格向量，那么有：

$$p \propto \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i}, \forall i = 1, \cdots, m$$

从命题 1 中，我们已经知道效用函数的梯度是成比例的。故价格向量存在并且在我们已有的假定下是正的，同时重正化(normalization)保证了它是惟一的。

对任一帕累托效率配置 x,令 $H(x)$ 表示通过 x 的且由下式:

$$H(x) = \{x' \in \mathbf{R}^{lm} \mid \pi(x)x_i' = \pi(x)x_i,\ i = 1,\cdots,m\}$$

定义的超平面。令 $B(x)$表示在 $H(x)$中可达致配置的集合,也就是说,$B(x) = H(x) \cap \hat{X}$。$B(x)$集合的重要之处在于,从 $B(\mathrm{x})$中的最初禀赋开始,配置 x 是一个瓦尔拉斯配置。

命题 6 假定 x 是一个帕累托效率配置并且$x' \in B(x)$,那么 x 是$\epsilon(x')$的一个瓦尔拉斯配置,也就是说,$x \in W(\in(x'))$。

证明 根据模型建构和梯度不等式,对于每个行为人 i,$u_i(x''_i) > u_i(x_i)$隐含着 $\pi(x)x_i'' > \pi(x)x_i = \pi(x)x_i'$。因而,

$$x_i \in \arg\max\{u_i(x_i'') \mid x_i'' \in X_i, \pi(x)x_i'' \leqslant \pi(x)x_i'\},$$
$$\forall i = 1,\cdots,m$$

并且,$(\pi(x),x)$是 $\epsilon(x')$的一个竞争均衡。■

我们需要的第二个事实是,集合$\{B(x) \mid x \in P\}$构成了可达致配置的集合的一部分,也就是说,在$\{B(x) \mid x \in P\}$中,每一个可达致配置属于一个并且仅仅属于一个集合。为了确保这一点,我们需要假定 $\epsilon(x)$的竞争性均衡配置对于每一个可达致配置 x 都是惟一的。

惟一性假定(Uniqueness Assumption) 对于任意可达致配置 x,瓦尔拉斯配置的集合 $W(\epsilon(x))$是独一无二的。

有一些很著名的条件能保证惟一性,例如总替代能力(gross substitutability)。在这里我们没有必要去详细探讨这些问题。

现在我们注意到,如果下式:

$$x'' \in B(x) \cap B(x')$$

对于两个 $x \neq x'$ 的帕累托效率配置成立,那么 x 和 x' 都是对于交换经济 $\varepsilon(x'')$ 而言的瓦尔拉斯配置,这与我们的假定相矛盾。因此,均衡的惟一性表明集合 $\{B(x): x \in P\}$ 是非交叉的。另外,对于某个帕累托效率配置 x 来说,任意可达致配置 x' 必须属于 $B(x)$。这是因为,在我们已有的假定下,每个交换经济 $\varepsilon(x')$ 都有一个瓦尔拉斯配置 x,并且每个瓦尔拉斯配置都是帕累托效率的。因此,我们可以得到以下的结论:

命题 7 可达致配置 $\hat{X}$ 的集合为 $\{B(x): x \in P\}$ 所分割。

在建构了以上这两个命题之后,我们就可以定义一个 Γ 的均衡策略了。对于任意可达致配置 x,可由:

$$\emptyset(x) = B^{-1}(x)$$

定义函数 $\emptyset: \hat{X} \to P$。在均衡中,我们将作以下建构,一旦即期配置 x 已达到,$\emptyset(x)$ 就成为目标配置。换句话说,对于任何在博弈过程中达到的可达致配置 x,在连续博弈中,MPE 将实现一个瓦尔拉斯配置 $\emptyset(x) \in W(\varepsilon(x))$。为了更确切地理解这是如何实现的,我们有必要明确一条交易规则。直观地说,当行为人 i 和行为人 j 相遇时,交易规则在一些约束条件下最大化他们的交易量。

令 x 为即期配置,(i, j) 为即期匹配成对的行为人。令 $z = \zeta(x, i, j)$ 表示行为人 i 的报价,这里,$\zeta(x, i, j)$ 是通过:

$$\zeta(x,i,j) = \arg\max \sum_{h=2}^{l} - \exp\{z_h\}$$

$$\text{s.t.} \ |z_h| \leqslant |\varnothing_{kh}(x) - x_{kh}|, k = i,j,\ h = 2,\cdots,l$$

$$sign\{z_h\} = sign\{\varnothing_{ih}(x) - x_{ih}\} = - sign\{\varnothing_{jh}(x) - x_{jh}\}, \quad k = i,j,h = 2,\cdots,l$$

$$\pi(x)z = 0$$

$$x_i + z \in X_i, x_j - z \in X_j$$

来定义的。因为 $\varnothing(x)$是一个与初始禀赋 x 相关的瓦尔拉斯配置,我们可以认为 $\varnothing(x) - x$ 是行为人超额需求的向量。第一个约束说明,在商品 $h = 2,\cdots,l$ 中,交易的绝对值不能超过行为人 i 和行为人 j 对相应商品超额需求的绝对值。第二个约束说明,在商品 $h = 2,\cdots,l$ 中的交易必须与行为人的超额需求有相同的符号。最后一个约束说明,交易必须尊重行为人在均衡价格 $\pi(x)$下的预算约束。请注意商品 1 的特殊作用。它是作为一种支付手段而出现的,并且为了平衡预算约束,它将强迫行为人按照增加或者改变他们的超额需求符号的方向进行交易。

现在,交易规则 $\varnothing$ 可以用于定义一个如下所示的均衡策略组合 $f = (f_1,\cdots, f_m)$。对于任意可达致配置 x 和有序对 (i,j),令:

$$f_i(x,i,j) = \zeta(x,i,j) \tag{2.4}$$

对于任意的净交易 z,令:

$$f_j(x,i,j,z) = \begin{cases} \text{“yes”}, \text{当 } \pi(x)z \leqslant 0, x_j - z \in X_j \\ \text{“no”}, \text{其他情况} \end{cases} \tag{2.5}$$

建立 f 是一个 MPE 的第一步是表明 f 导致了一个从任意最初配置 x 开始的结果 $\varnothing(x)$。这个结果的惟一障碍是,由于缺乏足够数量的货币计价单位商品(numeraire good),这一进程有可能受阻滞。为了避免这种可能,我们作出下面的假定。

内部性假定(Interiority Assumption) 对每个 i 和任何可达致配置 x,我们假定,或者(i) $\varnothing_i(x)=x_i$,或者(ii)对某个 $\varepsilon>0$,有 $\varnothing(x)-(\varepsilon,0,\cdots,0)\in X_i$。

在 X 的边界上条件(ii)不能满足的地方,将存在效率配置,但是在那种情况下,我们假定不存在最优交易,因而行为人 i 并没有有效地参与交易过程。这里请注意,假如和初始禀赋 e 相关的配置 $\varnothing(x)$ 是个体理性的,那么 $\varnothing(x)$ 就会落入 X 之内,但是,因为我们必须为每一个可能的子博弈——也就是说,为每个可能的配置 x——定义一个连续均衡,我们不能依赖于和 e 相关的个体理性去确保交易过程不受阻滞。

在内部性假定下,假如所有的行为人都采用了 f 中的策略,那么配置将收敛于瓦尔拉斯配置 $\varnothing(x)$。

命题 8 对于任何初始配置 x,令 $\{z_t\}$ 表示沿着均衡路径由策略组合 f 所产生的超额需求的数列,那么 $\{z_t\}$ 收敛于 0。

证明 就理论建构而言,对商品 $h=2,\cdots,l$ 的超额需求的绝对值是单调非减的。因此,它们必然收敛。假设超额需求 z_t 收敛于某一极限 z_∞。

如果 $z_\infty=0$,那么就没有什么需要证明了,所以,只能假定 $z_\infty\neq 0$。因而我们要考虑两种情况:或者是(i)每个行为人都满足了他对商品 1 的需求,因此能够放弃一小部分商品 1 去交换另外的商品,或者是(ii)某个行为人 i 有商品 1 的超

额供给。在第一种情况下,市场出清(可达致)和预算约束意味着至少存在2个行为人 i 和 j 以及一些商品 $h \geq 2$ 使得 $z_{ih} < 0$ 和 $z_{jh} > 0$。就理论建构而言,对于任何接近极限值 $x^* - z_\infty$ 的 $x \in B(x^*)$,$\zeta(x,i,j)$ 均不会为0,其中 $x^* = \emptyset(x)$ 是瓦尔拉斯配置。由于 (i, j) 是无限匹配的,因而我们会碰到收敛假定的矛盾。在第二种情况下,对于行为人 i 而言,$z_{i1}^0 < 0$,并且对于某一商品 h 而言,预算约束隐含着 $z_{ih\infty} > 0$。那么,市场出清意味着存在某个行为人 j 使得 $z_{jh\infty} < 0$,并且就理论建构而言,对于任何接近极限值 $x^* - z_\infty$ 的 $x \in B(x^*)$,$\zeta(x,i,j)$ 均不会为0。因为 i 和 j 能够无限次地相遇,这便与收敛假定产生了矛盾。这证明了 $z_\infty = 0$。■

对于任何可达致配置 x,命题8表明,在从 x 开始的连续博弈中,行为人 i 的均衡得益由下式给定:

$$v_i(x) = u_i(\emptyset_i(x)), \forall i = 1, \cdots, m$$

为了表明 f 是一个MPE,我们需要证明由(2.4)式和(2.5)式所定义的策略是每一个信息集合中的最优反应。其充分条件如下:

独立性假定(Independence Assumption) 竞争性均衡价格向量独立于可达致配置 x,也就是说,对所有的 x,有 $\pi(x) = p$。

这是一个很强的假定。例如,在一个所有行为人有相同和齐序(homothetic)偏好的代表性的行为人经济中,这一假定才可以得到满足。假如行为人有可传递效用(transferable utility),这一独立性假定也可以得到满足。严格说来,可传递效用与我们所作的其他假定并不一致,可是没有这些假定,结果可能仍然保持一致。

为了表明报价者的策略是最优的,假定即期配置是 x,行为人对$(i,\ j)$是匹配的,所交易的向量为 z。这意味着,行为人 i 得到了 $x_i+\ z$ 的组合,而行为人 j 得到了 $x_j-\ z$ 的组合。令 x'代表新的配置,并令 $p\ =\pi(x)=\pi(x')$。假如 $pz<0$,那么,

$$\begin{aligned} p\emptyset_i(x') &= px'_i \\ &< px_i \\ &= p\emptyset_i(x) \end{aligned}$$

这意味着 $v_i(x)=u_i(\emptyset_i(x))>v_i(x')=u_i(\emptyset_i(x'))$,所以行为人 i 的状况变得更差了。另一方面,回应者将不会接受使得 $pz>0$ 的任何向量 z。因此,对 i 而言,增加得益的惟一可能就是提供一个使得 $pz\ =0$ 的交易 z。但是,我们从 f 的定义中知道,任意这样的 z 会引致$\emptyset(x)$,并且由此不能增加最终的得益。因此,对报价者而言,$\zeta(x,i,j)$是一个弱最优。

现在,我们能证明回应者的策略是最优的。回应者接受了任意使得 $pz\leqslant 0$ 的向量 z。通过前面的讨论,我们可以证明任意使得 $pz>0$ 的交易 z 使得j 的状况恶化,所以最优的方案是拒绝这样的报价,任意使得 $pz\ =\ 0$ 的交易 z 导致同样的结果,所以,接受这样的报价是弱最优的。另一方面,假如 $pz<0$,那么,

$$\begin{aligned} v_j(x') &= u_j(\emptyset(x')) \\ &\geqslant \max\{u_j(\hat{x}_j) \mid \hat{x}_j\in X_j, p\hat{x}_j\leqslant px'_j\} \\ &\geqslant \max\{u_j(\hat{x}_j) \mid \hat{x}_j\in X_j, p\hat{x}_j\leqslant px_j\} \\ &= u_j(\emptyset_i(x)) = v_j(x) \end{aligned}$$

所以接受这样的报价是最优的。这样就证明了我们想要的

结果。

定理 9 假如惟一性、内部性以及独立性假定都得到满足，那么在(2.4)式和(2.5)式中所定义的策略组合 f 是一个 MPE，并且均衡结果 $\{x_t\}$ 收敛于渐进性配置(asymptotic allocation) $x^* = \varnothing(e)$。

上面讨论的关键因素似乎是惟一性假定和独立性假定，前者保证了策略 f 是马尔可夫的，后者保证了数值递增(数值递减)的交易是得益递增(得益递减)的。一个有趣的问题是，独立性假定是否能够以及如何能够得以弱化。

独立性假定很明显不是一个必要条件。只要价格变化的影响不是太大，一个类似的论证就可以进行了。譬如，对于任意效率配置 x，令：

$$B_i(x) = \{x_i' \in X_i | \pi(x)x_i' = \pi(x)x_i\}$$

那么，下面这个看起来像是惟一性假定的加强形式的假定将达到预期的目的。

非交叉性质(Non-Intersection Property) 对于任意 x、$x' \in p$ 和任意行为人 i，要么 $B_i(x) \cap B_i(x') = \varnothing$，要么 $B_i(x) = B_i(x')$。

很清楚，惟一性假定和独立性假定隐含着非交叉性质。该性质隐含着惟一性，但是比独立性弱，因为它允许支持价格 $\pi(x)$ 随着 x 而变化。

推论 10 假如满足非交叉性质和内部性假定，那么在(2.4)式中和(2.5)式中所定义的策略组合 f 就是一个 MPE，并且均衡结果 $\{x_t\}$ 收敛于渐进性配置 $x^* = \varnothing(e)$。

证明 正如定理 9 的证明一样，假定 2 个行为人 i 与 j

相遇，并且进行了一笔将配置从 x 变为 x' 的交易。假如 $\pi(x)\cdot\emptyset_i(x')>(\geqslant)\pi(x)\cdot\emptyset_i(x)$，并且 $\pi(x)\cdot\emptyset_j(x')\geqslant(>)\pi(x)\cdot\emptyset_j(x)$，那么，非交叉性质意味着 $\pi(x)\cdot x_i'>(\geqslant)\pi(x)\cdot x_i$ 和 $\pi(x)\cdot x_j'\geqslant(>)\pi(x)\cdot x_j$。但这是不可能的，因为 $x_i+x_j=x_i'+x_j'$。因而，其中一个行为人的状况仅在另一个行为人的状况变坏的情况下才能改善。这会阻止任何得益递增的对策略 f 的偏离。■

一般说来，当行为人的数量很小的时候，我们不应该期待会得到一个与初始禀赋 e 相关的竞争均衡。即使在行为人的数量很大但是有限的时候，单个行为人所拥有的市场垄断力量也可能导致扭曲，从而阻止达致竞争均衡。但是，当行为人的数量变大的时候，行为人的市场垄断力量就会变弱。这有可能使达致的竞争性均衡类似于 DMBG 的 MPE。也可能是另外的情形，如竞争均衡可能是对一个充分大的行为人数量 m 而言的 ϵ-均衡。譬如，假如我们能够表明对于均衡路径上的任何配置 x 与行为人 i 和 j 之间可能的任何交易，偏离均衡路径不可能让他们的效用的增加超过 ϵ，那么，竞争均衡可以作为一个 ϵ-MPE 而取得。不管这些行为人能达成什么样的交易，假如行为人的数量很大的话，那么均衡价格将不会有很大的改变。因而，他们也不能通过扭曲价格来很大地改变他们的得益。要注意，无论怎样，这儿所用的 ϵ-MPE 的概念被分别应用于每个信息集合。为了计算偏离均衡路径所导致的得益的增加，一个行为人假定，在将来的博弈中，其他的行为人会采用均衡策略，因此，他在将来不能作出任何得益递增的偏离。一系列成功的偏离会使其得益的增加超过 ϵ，但这是不现实的，因为他们并不能独立地使个人有超过 ϵ 的得益

增加,因而这里不予以考虑。

2.9 有贴现因素的效率

到现在为止,我们已经假定行为人不需要将他们将来的效用贴现。在这一节,我们的分析将予以扩展来包含贴现的可能性。

之所以把贴现因素考虑进来,有两个原因:第一个原因是时间确实在起作用。假如收敛到一个有效率的配置或者说是瓦尔拉斯配置需要很长时间,那么即使一个很小的贴现率也会对得益产生很大的影响。行为人并不会在意消费时间早晚的假定将不能不说是离现实甚远。通过引入贴现因素,我们可以在把时间引入收敛时测试效率结果的稳定性(robustness)。当然,引入时间成本将在某种程度上改变结果,因为收敛的过程总会需要时间,而且贴现将减少最终的得益。因为这一原因,我们将集中讨论贴现率小的情况(期间长度较短),看看我们所得到的结果是否与没有考虑贴现因素时的情况大致接近。

我们对贴现因素感兴趣的第二个原因是,它在有关讨价还价的文献中扮演着重要的角色,在这些文献中已经证明,贴现因素在某些情况下产生了确定性的结果。从斯塔尔—鲁宾斯坦(Stahl - Rubinstein)理论开始,相关文献已经证明,贴现使得行为人达成一个确定性的协议,然而,讨价还价问题在没有引入贴现的时候,有无穷个解。所以,在我们的讨论中,贴现是否影响到结果,将是一个十分有意义的问题。

在有关讨价还价的文献中，对贴现有两种解释。一种是通常的解释：人们偏好于尽早消费，而不是晚些时候再消费，他们的时间偏好可以用其将来消费效用的几何贴现来表示。假如（不变的）时间偏好率是 ρ，那么用于将来消费效用的贴现因子就可以被定义为 $\gamma=(1+\rho)^{-1}$。如果考虑到时间因素的话，一个在时期 t 达成的协议给行为人带来的（非贴现）效用 w 用现在的效用来表示则值 $\gamma^{t-1}w$。

第二种解释假定存在一个讨价还价过程在达成协议前被中止的正概率。假如没有达成协议，两个行为人的得益都是 0，所以均衡得益等于所有 t 时期内博弈在 t 时期以前没有结束的概率与协议在 t 时期达成的效用的乘积的总和。以博弈直到 t 时期还没结束为条件，博弈直到 $t+1$ 期才结束的概率是一个常数，为 $0<\gamma<1$，所以，博弈达到 t 时期的概率为 γ^{t-1}。令 w_t 表示假如协议在 t 时期达成的均衡得益，那么期望得益是 $\sum_{t=1}^{\infty}\gamma^{t-1}w_t$。

所以，这两种解释产生了相同的得益函数，并且在形式上是相等的（要详细了解关于这两种解释的不同点的分析，请参见 Binmore, Rubinstein and Wolinsky, 1986）。

在当前的分析中，第二种解释更容易应用一些。我们可以简单地假定，当博弈在 t 时期中止的时候，每一个人消费当前所拥有的消费组合。假如博弈在 t 时期中止，并且行为人当时所拥有的消费组合为 x_{it}，那么他得到的效用则为 $u_i(x_{it})$。因为博弈在 t 时期中止的概率为 $\gamma^{t-1}(1-\gamma)$，行为人 i 从结果 $\{x_t\}$ 中所得到的期望效用为：

$$(1-\gamma)\sum_{t=1}^{\infty}\gamma^{t-1}u_i(x_{it})$$

相对于有时间偏好的解释而言，这一解释有很多优点。首先，在时间偏好解释中，并不清楚地知道消费何时发生。它可能在交易中止后的任何时间发生，但是对于不同的行为人而言，交易持续的时间长短不一，且对某些人而言，交易可能永远也不会结束。在任何情况下，如何运用时间偏好贴现因素也是不清楚的。第二，当未来的得益被贴现的时候，假如从未来交易中所获的得益足够小，那么就会存在一种让一些行为人离开交易过程而立即消费他们的消费组合的激励。或者，也可能存在一种在交易完成前就开始消费的激励。以上两种可能性——自愿退出和连续消费——引致了超越当前讨论范围的复杂性。

均衡路径

假如 f^* 是一个 MPE 并且 $\{x_t\}$ 是均衡结果，那么在提议一项交易前，行为人 i 在 t 时期开始时的均衡得益是可达致配置 x_t 和时期 t 的一个函数。令 $v_i(x_t, t)$ 表示当时初始配置为 x_t 时行为人 i 在 t 时期的均衡得益。在没有贴现的情况下，我们能证明效用 $u_i(x_{it})$ 收敛于均衡得益 $v_i(x_t, t)$，但是，把贴现因素引进来后，证明过程就稍有不同。

“不交易策略”对于行为人来说总是可行的。所以在任何时期，行为人都可以确信，直到博弈结束，他仍拥有他当前的消费组合。假如博弈结束的概率为 1，他的均衡得益必定至少与他从当前消费组合中所能获得的效用相等。因此，在每个时期 t，对于每个行为人 i 而言，有：

$$v_i(x_t, t) \geq u_i(x_{it}) \tag{2.6}$$

现在假定博弈直到 t 时期才结束。博弈在 t 时期中止的概率为$(1-\gamma)$，并且行为人被迫消费当前的消费组合 x_{it}。博弈至少再持续一个期间的概率为 γ，并且他在 $t+1$ 时期有一个连续博弈的得益 $v_i(x_{t+1}, t+1)$。那么，均衡得益必定满足如下递归关系(recursive relation)：

$$v_i(x_t, t) = (1-\gamma)u_i(x_{it}) + \gamma v_i(x_{t+1}, t+1) \tag{2.7}$$

这两个关系式(2.6)式和(2.7)式意味着，对每一时期 t 而言，均衡得益是非递减的：

$$v_i(x_t, t) \leq v_i(x_{t+1}, t+1) \tag{2.8}$$

从得益的定义，我们得知：

$$v_i(x_t, t) = (1-\gamma)\sum_{s=t}^{\infty}\gamma^{s-t-1}u_i(x_{is})$$

结果，

$$\begin{aligned} & v_i(x_t, t) - \gamma v_i(x_{t+1}, t+1) \\ & = (1-\gamma)\sum_{s=t}^{\infty}\gamma^{s-t-1}u_i(x_{is}) - \sum_{s=t+1}^{\infty}\gamma^{s-t}u_i(x_{is}) \\ & = (1-\gamma)u_i(x_{it}) \end{aligned} \tag{2.9}$$

对(2.9)式取极限，并且用$(1-\gamma)$去除，有：

$$\lim_{t\to\infty} v_i(x_t, t) = \lim_{t\to\infty} u_i(x_{it})$$

因此，我们有下面的结论：

命题 11 令 f^* 为 Γ 的一个 MPE，$\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$ 为均衡结果，令 $\{v_i(x_t, t)\}_{t=1}^{\infty}$ 为均衡得益，那么，

$$\lim_t u_i(x_i(t)) = \lim_t v_i(x_t, t)$$

而且对于每个 t 而言，有 $v_i(x_t, t) \leq \lim_{t\to\infty} v_i(x_t, t)$。

渐进效率

命题 11 可以用来证明均衡配置的渐进效率(asymptotic efficiency)。证明过程与没有考虑贴现时的情况是一样的,故这里将不再证明。

命题 12 存在一个可达致配置 x_∞,使得:

$$\lim_{t\to\infty} x_t = x_\infty \in P$$

帕累托效率

虽然命题 12 与没有贴现因素的博弈中所得出的效率定理是并行不悖的,但事实上这个命题较弱。从初始时期看来,渐进效率对于博弈的均衡得益来说没有任何意义,因为博弈在有限时间内中止的概率为 1。所要考察的更自然的情况是 $\gamma\to1$ 的情形,人们希望这将近似于"无摩擦"的 $\gamma=1$ 的情形。这里有一个问题。假如数列 $\{x_t\}$ 收敛的速度足够快,那么一个中止的小风险也会产生很大影响。但是,如果收敛的速度很慢,又将会发生什么呢?更精确地说,假如对于每一个 γ 值,f^γ 是 $\Gamma(\gamma)$ 的一个 MPE,令 $\{x_t^\gamma\}$ 表示沿着均衡路径的可达致配置的相应数列。一般说来,人们会期望 $v_i(f^\gamma)<u_i(x_{i\infty}^\gamma)$,这里 x_∞^γ 是当 $t\to\infty$ 时 $\{x_t^\gamma\}$ 的极限。假如 $\{x_t^\gamma\}$ 收敛于 x_∞^γ 的速度在 $\gamma\to1$ 时变慢,那么我们就没有理由期待想要的结果:

$$\lim_{\gamma\to1}[u_i(x_{i\infty}^\gamma)-v_i(f^\gamma)]=0$$

成立。

为了确保当 $\gamma\to1$ 时贴现效应在极限处消失,我们需要对

收敛于渐进性配置的速度有所约束。很难在一般意义上获得这样一种约束,因为策略有可能十分复杂。就我们目前的知识状况而言,有许多可能性我们不能排除出去。

为了绕开当前博弈的复杂性,我们可以通过假定博弈的状态是有限的来简而化之。那么,马尔可夫性质以及状态空间的有限性立即保证了效用的收敛会在有限的时间内发生。因为效用是非递减的,并且只存在有限数量的状态,所以效用不会持续无限制地变化。

提出有限性(finiteness)假定有下面几个动机:

- **不可分割性可能源自于现实主义**。在实践中,大多数商品存在一个可供交易的不可再减少的最小数量。所有的交易必须是这个最小单位的倍数。结果使得可达致配置的集合是有限的。
- **完全可分商品**的概念是一种具有小而有限的最小单位的商品的理想化。为每种商品引入一个小的最小单位可以看作是对含有完全可分商品的模型的稳定性的测试。假如不可分单位的引入导致结果发生很大的改变,那么完全可分商品就不是一个好的近似。
- 一个连续的策略空间允许**非常复杂的策略**,这些策略可能对博弈状态中很小的改变极端敏感。加入有限性假定可以限制复杂性,并且可以成为有限理性(bounded rationality)的一个基本组成部分。

对任意的 $\eta>0$,令 X_i^η 表示 X_i 的子集合,它由每种商品的 η^{-1}的整数倍组成的消费组合所构成:

$$X_i^\eta \equiv \{x_i \in X_i \mid x_{ih} = m_h\eta^{-1}, \forall h, \exists m_h \in \{0,1,\cdots,l\}\}$$

具有这一替代 X_i 的消费集合的博弈表示为 $\Gamma(\gamma,\eta)$。

令 $f^{\gamma,\eta}$ 表示一个 $\Gamma(\gamma,\eta)$ 的马尔可夫完美均衡，$\{x_t^{\gamma,\eta}\}$ 表示相应的结果。可以用与前面相同的方法证明效用的收敛(证明过程没有用到可分性)。因为 $v_i(x_t, t)$ 仅能获得有限数量的值，收敛必须在有限数量的步骤中发生。令 $N^{\gamma,\eta}$ 表示每个行为人 i 达到均衡 $f^{\gamma,\eta}$ 的极限得益 $v_i^{\gamma,\eta}$ 之前所经历的最小期间数。最后，令 P^ϵ 表示经济的 ϵ – 帕累托最优的集合，即可达致配置 x 的集合，使得不存在一个令 $u_i(x'_i) > u_i(x_i)+\epsilon$ 的可达致配置 x'。

前面的论证经调整后可以表明，假如 $x_\infty^{\gamma,\eta}$ 是当 $t\to\infty$ 时数列 $\{x_t^{\gamma,\eta}\}$ 的极限点，那么对于任意的 $\epsilon>0$ 和所有的 $\eta>\eta(\epsilon)$，$x_\infty^{\gamma,\eta}$ 必定属于 P^ϵ。假如不是这样，那么对于某个固定的 $\epsilon>0$，我们可以找到 η 的任意较大的值，使得 $x_\infty^{\gamma,\eta}\notin P^\epsilon$。令 x_∞^γ 是 $x_\infty^{\gamma,\eta}$ 当 η 的值这个子数列趋向于无穷大的时候的极限点。很明显，有 $x_\infty^\gamma\notin P^\epsilon$。这意味着存在一个有序对 (i, j)，这个有序对无限次相遇，并且存在一个交易 z 使得 $u_i(x_{i\infty}^{\gamma,\eta}+z)>u_i(x_{i\infty}^{\gamma,\eta})$ 和 $u_j(x_{j\infty}^\gamma-z)>u_j(x_{j\infty}^\gamma)$。那么，借助连续性，对于足够大的 η 值，我们可以找到一个交易 $z^{\gamma,\eta}$ 使得 $z^{\gamma,\eta}$ 是一个可行的交易，并且使得 $u_i(x_{i\infty}^{\gamma,\eta}+z^{\gamma,\eta})>u_i(x_{i\infty}^{\gamma,\eta})$ 和 $u_j(x_{j\infty}^{\gamma,\eta}-z^{\gamma,\eta})>u_j(x_{j\infty}^{\gamma,\eta})$ 成立。通过前面的讨论，我们可以证明，对于 $k=i$、j，有：

$$v_k^{\gamma,\eta}(x_t^{\gamma,\eta},t)\leqslant\lim_{t\to\infty}v_k^{\gamma,\eta}(x_t^{\gamma,\eta},t)=u_k(x_{k\infty}^{\gamma,\eta})$$

这使得我们产生对有着足够大 η 和 t 的博弈 $\Gamma(\gamma,\eta)$ 的均衡条件的一个矛盾，因为，行为人 i 和 j 可以做一笔增进交易，以使得各自的得益优于 $v_i(x_t^{\gamma,\eta},t)$ 和 $v_j(x_t^{\gamma,\eta},t)$。这一矛盾证明了下面的结论。

引理 13 令 $f^{\gamma,\eta}$为 $\Gamma(\gamma,\eta)$的一个 MPE。对于任意 $\varepsilon>0$,存在一个数 $\eta(\varepsilon)$,使得对于所有的 $\eta>\eta(\varepsilon)$,假如 $x_{\infty}^{\gamma,\eta}$是均衡配置 $\{x_t^{\gamma,\eta}\}$的极限,那么 $x_{\infty}^{\gamma,\eta}\in P^{\varepsilon}$。

很明显,对于 $\eta>\eta(\varepsilon)$的某个固定值来说,当 $\gamma\to\infty$时,均衡得益向量 $v(f^{\gamma,\eta})$在极限处将会是 ε－帕累托效率的。在这个意义上,我们可以说当 $\gamma\to1$ 和 $\eta\to0$ 时,$f^{\gamma,\eta}$按此秩序是近似于有效率的。

定理 14 令 $f^{\gamma,\eta}$为对应每一对(γ,η)值的 $\Gamma(\gamma,\eta)$博弈的一个 MPE。对于任意 $\varepsilon>0$,存在数 $\eta(\varepsilon)$和 $\gamma(\varepsilon)$,使得对于所有的 $\eta>\eta(\varepsilon)$和 $\gamma>\gamma(\varepsilon)$,$f^{\gamma,\eta}$是 ε－帕累托最优的,即对每个 i 而言,不存在一个可达致配置 x 使得 $u_i(x_i)>v_i(f^{\gamma,\eta})+\varepsilon$。

2.10 随机匹配

在许多讨价还价模型中,轮流出价的假定都为报价者和回应者被随机选取的假定所取代。后一种假定不仅能够使模型变得对称,还有可能形成稳态均衡。相类似的是,在一个 DMBG 中,在每一时期采取随机匹配能使模型变得对称并且有可能形成稳态均衡。在一个具有固定博弈顺序的模型中,因为报价者和回应者的身份是时期的函数,因此博弈的结构由时期来决定。对随机匹配的重视,还有一个更明显的原因。即使行为人使用纯策略并且这种随机带来一系列值得注意的问题,随机匹配原则上也可以保证 DMBG 的结果是随机的。首先,那些在确定情况下只要求初步分析的各种收敛特征变

得更为复杂，并且要求在随机情况下有更强有力的分析工具。其次，因为行为人是风险规避的，所以随机性自身变得缺乏效率，并且阻止了竞争均衡的发生。

为了取代博弈的确定顺序，我们采用如下假定：

匹配　在每一时期一行为人有序对(i, j)被随机选取。用π_{ij}表示(i, j)被选取的概率。我们假定对于所有的(i, j)来说都有$\pi_{ij}>0$，以使$i \neq j$并且$\pi_{ii}=0$，以及$\sum_i \sum_j \pi_{ij}=1$。在各个时期的匹配概率是相同的，并且不同时期的匹配概率是互相独立的。

在任一时期所有有序对(i, j)的形成概率都为正这一假定意味着所有的有序对(i, j)以概率1形成无限次。这就确保了行为人会连结并形成一个单一且整合的经济。

模型的其他部分和本章第3节的界定是相同的，对MPE的定义则与本章第4节是相同的。因为博弈的结果是随机的，因此完全限于关注个体理性配置(individually rational allocation)已变得不再可能了。尽管均衡事前必须是个体理性的，但结果在事后就不必是个体理性的了。因此，假定(2.1)必须被加强：作为替代，我们假定X_i与u_i的一个上等值集合(upper contour set)相重合：

● 对于任何i和某个常数c_i，有：

$$X_i \equiv \{x_i \in G_i | u_i(x_i) \geq c_i\} \tag{2.10}$$

(2.10)式所示的特性保证了配对效率与帕累托效率是等价的。弱条件也能满足这个结果。例如，如果我们能确保无差异曲面与消费集合的边界在边界上的每一点相切，相同的结果就仍然存在。

让我们通过对均衡路径给出一个更为精确的描述来开始

对均衡的分析。因为匹配过程是随机的,均衡路径也是一个随机过程,即使在均衡中选择的是纯策略,也会如此。我们用$(\Omega, \mathscr{F}, P)$代表基础概率空间,其中Ω为自然状态的集合,$\mathscr{F}$为Ω可测子集的σ－域(σ-field),P则为对$(\Omega, \mathscr{F})$的概率测度。所有用来界定这一均衡路径的随机因素都假定处于这一基础概率空间内。例如,我们可把Ω视为数列$\{(i_t, j_t)\}_{t=1}^{\infty}$的集合,$\mathscr{F}$为$\Omega$的柱面集合(cylinder sets)所产生的$\sigma$－域,$P$为由核$\pi$决定的概率量度。因而我们可以将$x(t, \omega)$, $i(t, \omega)$, $j(t, \omega)$, $z(t, \omega)$和$r(t, \omega)$视为在$(\Omega, \mathscr{F}, P)$上界定的随机过程。

在时期t开始时可获得的信息用$\mathscr{F}$的亚σ－域(sub-σ-field)来代表,以$\mathscr{F}_t \subset \mathscr{F}$来表示。$\mathscr{F}_t$的基本元素为时期$t$开始时的一些可观测事件。它们对应着可能的博弈历史$h_t$。相对于$\mathscr{F}_t$,在时期$t$内被决定的随机因素未必是可测的,因为后者所需的信息只能在时期t内获得因而没有被包含于$\mathscr{F}_t$中。例如,回应者j_t的身份在时期t开始时还没有被确认。

收敛

现在假定f^*为一个MPE。在报价者和回应者被随机选取之前,一个行为人在时期t开始时的均衡得益是可达致配置$x(t)$和时期t的函数。请回想一下,$x(t)$是可以通过观察博弈历史h_t来确定的,因而可以根据$\mathscr{F}_t$来测度。行为人i的均衡得益用$v_i(f^*)$来表示,并且建立在时期t和自然状态ω上的得益可以用$v_i(f^* \mid x(t, \omega), t)$来表示。因为规范的表述已使均衡策略非常清楚了,我们就不再对f^*作详细解释,而只是用$v_i(x(t, \omega), t)$来表示在自然状态ω下时期t

的得益。

因为不存在贴现因素，基于时期 t 开始时的可获信息，在时期 t 开始时的均衡得益一定等于在时期 $t+1$ 开始时的均衡得益的期望值。因而，

$$E[v_i(x(t,\omega),t)|\mathscr{F}_t]=E[v_i(x(t+1,\omega),t)|\mathscr{F}_t],\forall t \tag{2.11}$$

我们可以通过下面令 $V_i(t)$ 等于时期 t 的均衡得益来定义一个随机过程 $\{V_i(t)\}$：

$$V_i(t)=v_i(x(t),t)$$

(2.11)式蕴涵着 $\{V_i(t)\}$ 是关于过滤结构 $\{F_t\}_{t=1}^{\infty}$ 的一个鞅(martingale)(Karlin and Taylor，1975，第6章)。

下一步就是要表明均衡得益是有界的。由于交易是自愿的，因而不交易策略也是存在的。这自然导致在均衡中，

$$v_i(x(t,\omega),t)\geqslant u_i(x_i(t,\omega)),\forall t \tag{2.12}$$

这就证明了 $\{V_i(t)\}$ 是有下界的。同时，因为 $x(t)\in\hat{X}$ 并且 $\hat{X}$ 是一个紧集，

$$v_i(x(t,\omega),t)\leqslant\sup_{x\in\hat{X}}u_i(x_i)<\infty,\forall\omega$$

所以 $\{V_i(t)\}$ 亦是有上界的。

"鞅的收敛定理"(Martingale Convergence Theorem)告诉我们，一个有界的鞅以1的概率收敛于一个常数(Karlin and Taylor,1975，定理5.1，第278页)。在这种情况下，存在着一个随机变量 V_i^{∞}，使得对于几乎每一个 ω 来说，数列 $\{V_i(\omega,t)\}$ 收敛于常数 $V_i^{\infty}(\omega)$。这并不意味着一定存在一个常数 c，并且 $\{V_i(t)\}$ 几乎一定收敛于 c。在极限处每一条具体路径都会变成常数，但不同的具体路径会有不同的极值。

“鞅的收敛定理”同时也告诉我们，在极值处有一个平均值，所以，

$$E[V_i(t)\mid\mathscr{F}_t]=E[V_i^{\infty}\mid\mathscr{F}_t]\qquad(2.13)$$

“鞅的收敛定理”是一个强有力的工具。它告诉我们均衡得益一定会收敛。即使在我们对博弈本身的性质或者均衡策略所知不多的情况下，我们仍能得出这一结论。

一旦我们知道了均衡得益会收敛，我们就会发现同样的结论也适合极限配置下的效用最大化问题。为了明白这一点，我们不妨回想一下，行为人 i 的得益是用他的商品组合之效用的极限值的期望值来界定的：

$$v_i(f^*)=E[\lim\inf_{t\to\infty}u_i(\xi_{it}(a^{f*}))]$$

因此，基于时期 t 开始时的可获信息的期望得益必须满足：

$$E[V_i(t)|\mathscr{F}_t]=E[\lim\inf_s u_i(x_i(s))|\mathscr{F}_t]$$

因为在极限处有平均值，根据(2.13)式，我们有：

$$E[V_i^{\infty}|\mathscr{F}_t]=E[\lim\inf_s u_i(x_i(s))|\mathscr{F}_t]\qquad(2.14)$$

另一方面，依据个体理性条件(2.12)式，我们可知：

$$\lim\sup_t u_i(x_i(t))\leqslant\lim\sup_t V_i(t)=V_i^{\infty}\qquad(2.15)$$

因此，联立(2.14)式和(2.15)式，我们就会得出，对于几乎每一个 ω 来说，都有：

$$\lim_t u_i(x_i(t))=V_i^{\infty}$$

换句话说，行为人 i 拥有的商品组合的效用几乎一定(almost surely, a.s.)收敛于一个常数。把上述各点放在一起来看，我们得出以下命题。

命题 15 用 f^* 表示 Γ 的一个 MPE，用 $\{x(t)\}_{t=1}^{\infty}$ 表示均衡结果，并用 $\{V_i(t)\}_{t=1}^{\infty}$ 表示均衡得益，那么，

$$\lim_{t} u_i(x_i(t)) = \lim_{t} V_i(t) = V_i^{\infty} \quad \text{a.s.}$$

并且 $E[V_i(t)|\mathscr{F}_t] = E[V_i^{\infty}|\mathscr{F}_t]$。

和前面一样,我们可以运用这一收敛结果来说明极限配置一定是配对效率的,因而也是帕累托效率的。

效率

这里的基本思想与在非随机情形中是一样的,即交易将持续到所有的交易收益被充分利用,并且最终的均衡配置一定是帕累托效率的。这一情形还有一种复杂情况是,极限得益可能是随机的,并且取决于 ω 的实现,因此我们必须对每条具体路径分别进行考察。

为了证明命题3,我们需要强化对偏好的假定。具体是,我们假定:

- 每一个效用函数 u_i 是严格凹的。

在此处之所以需要这一假定是为了表明,当效用收敛时,配置也将收敛。接下来的命题是描述在均衡路径上配置的极限集合。首先,现有的配置将收敛于一个常数,其次,这种极限配置是帕累托效率的。但应该注意的是,这种极限配置有可能是一个随机变量,也就是说,它依赖于均衡路径的特殊实现过程。

命题 16 在 Ω 上存在一个随机变量 x^{∞},几乎一定使得:

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = x^{\infty} \in P$$

证明 用 Ω^* 表示状态的集合,使得对于每一个 $\omega \in \Omega$ 来说,每一对 (i, j) 经常被无限次地匹配,并且均衡条件在序列 $\{a(t,\omega)\}_{t=1}^{\infty}$ 上被满足。很显然,Ω^* 为全部量度的集合。证

明的第一步是表明对于 Ω^* 中的任意定值 ω，$\{x(t,\omega)\}$ 都是一个柯西序列。这个证明运用的是反证法。与我们所要证明的结果相反，假设对于某个子序列（运用同样的符号表示），在某个 $\varepsilon>0$ 的情况下且对所有的 t 来说，都有 $\| x(t,\omega)-x(t+1,\omega)\| \geqslant \varepsilon$。更进一步选择某个子序列以使得对于所有的 t 来说都有 $i(t,\omega)=i$ 和 $j(t,\omega)=j$。选择这样的子数列总是可能的，因为，对于几乎每一个状态 ω 来说，关于匹配概率 π_{ij} 的假定保证了每一个行为人的有序对 (i,j) 都能经常性地无限匹配。因此，可以更进一步地选择这样的子序列，使得沿着这个子序列会有 $x(t,\omega)\to y$ 以及 $x_i(t+1,\omega)-x_i(t,\omega)\to z$。选择这样的子序列是可能的，因为可达致配置的集合是紧集。因为对于 $k=i$、j 来说，有：

$$\lim_{t\to\infty} u_k(t,\omega) = \lim_{t\to\infty} u_k(t+1,\omega) = V_k^{\infty}(\omega)$$

则必然有：

$$u_i(y_i) = u_i(y_i+z) = V_i^{\infty}(\omega)$$
$$u_j(y_j) = u_j(y_j-z) = V_j^{\infty}(\omega)$$

根据严格凹性，

$$u_i(y_i+z/2) > V_i^{\infty}(\omega)$$
$$u_j(y_j-z/2) > V_j^{\infty}(\omega)$$

根据连续性要求，对于所有足够大的 t 来说，

$$u_i(x_i(t,\omega)+z/2) > V_i(t,\omega)$$
$$u_j(x_j(t,\omega)-z/2) > V_j(t,\omega)$$

因为 i 可以向 j 报价交易 $z/2$，以使双方的状况都得到改善，这就与均衡条件相矛盾。最后一步的证明来自马尔可夫性质。证明方法与确定情况下命题 3 的证明是相同的。

由此看来,关于$\{x(t,\omega)\}$非柯西数列的假定与均衡条件相矛盾。这种矛盾反过来证明了$\{x(t,\omega)\}$为柯西数列,因而,$\{x(t)\}$几乎一定会收敛于一个随机变量x^{∞}。

为了证明$x^{\infty}\in P$是几乎一定的,我们采用了类似的论证方法。假设对于Ω^*中的某个ω而言,有$x^{\infty}(\omega)\notin P$。那么,根据命题1,$x^{\infty}(\omega)$不是配对效率的,并且对于某个行为人对$(i,j)$来说,存在着一种可行的交易$z$,使得:

$$u_i(x_i^{\infty}(\omega)+z)>V_i^{\infty}(\omega)$$

$$u_j(x_j^{\infty}(\omega)-z)>V_j^{\infty}(\omega)$$

并且,根据连续性要求,对于所有足够大的t来说:

$$u_i(x_i(t,\omega)+z)>V_i(t,\omega)$$

$$u_j(x_j(t,\omega)-z)>V_j(t,\omega)$$

因为在ω上一对行为人(i,j)被经常性地无限匹配,我们可以运用先前的论证方法来证明,通过提供交易z给j,i必将偏离均衡路径,这就违反了均衡条件。这表明对于所有的$\omega\in\Omega^*$来说,都有$x^{\infty}(\omega)\in P$。■

命题16表明了极限配置为帕累托效率的概率为1,但这却与说明均衡是帕累托效率的不是一回事。极限配置是一个几乎一定属于效率集合P内的随机向量x^{∞}。因为行为人是风险规避的,詹森不等式(Jensen's Inequality)意味着:

$$E[u_i(x_i^{\infty})]\leqslant u_i(E[x_i^{\infty}])$$

如果$u_i(\cdot)$为严格凹的并且x_i^{∞}是非递减的,则上式为严格不等式。行为人宁愿获得极限配置的期望值。由于可达致配置的集合$\bar{X}$是凸的,因此$x^{\infty}\in\bar{X}$意味着$E[x^{\infty}]\in\bar{X}$。为了事前保证帕累托效率,我们不得不假定x^{∞}是退化的,也就是说,

x^{∞}几乎一定等于一个常数配置 y。

如果均衡路径上的配置几乎一定收敛于一个单一配置，也就是说，对于某个常数 $y \in \hat{X}$，以及几乎每一个 ω，存在：

$$x(t,\omega) \to y$$

那么，我们就把这个 MPE 称为渐进纯粹的（asymptotically pure）。这比把注意力局限在纯策略均衡要强些，因为即使运用纯策略，匹配过程中的随机性也可能导致极限处的一个随机配置。另一方面，即使 MPE 是渐进纯粹的，这也并不意味着均衡就是非随机的。随机匹配仍然对引向 y 的均衡路径发生着影响，并且可能存在偏离均衡路径的随机性。

认为 MPE 是渐进纯粹的假定很强。此外，它限制了内生变量，以至于我们并不清楚在对模型初始条件加以限制的过程中为确保均衡是渐进纯粹的究竟需要什么。一个非渐进纯粹的 MPE 的例子将在 2.11 节中给出。

通过对渐进纯粹的 MPE 的集中研究，我们就可以界定一个经济和均衡的竞争性序列了，并且还能说明，对一有限经济而言，当在极限处 $m \to \infty$ 时，这种渐进配置（当 $t \to \infty$）会收敛于一个瓦尔拉斯配置。对这一点的证明与在非随机情形中基本上是一样的，故这里就不再重复了。

存在性

2.8 节中关于存在性的证明可以很容易地为随机匹配的情形所采用。所采用的策略基本上是相同的，并且只要所有的行为人对(i,j)以 1 的概率经常性地被无限匹配，我们所描述过的交易规则就会确保以 1 的概率收敛于一个竞争性均衡配置。证明这是一个均衡与非随机的情形是一样的，因为只要

所有的行为人对经常性地被无限匹配，那么渐进性配置就不会依赖于已实现的匹配。

贴现

有了关于随机匹配的假定，我们就可能对包含贴现因素的 DMBG 进行重新分析了。

和前面一样，均衡路径可以被描述成在基础概率空间$(\Omega,\mathscr{F}, P)$上界定的随机过程。除了随机变量 $x(t)$、$i(t)$、$j(t)$、$z(t)$ 和 $r(t)$ 外，我们还需要界定博弈停止的马尔可夫停止时间 $\tau(\omega)$。

如果 f^* 为一个 MPE，那么在报价者和回应者被随机选取之前，一个博弈者的均衡得益在时期 t 开始时是可达致配置 $x(t)$ 和时期 t 的函数。用 $v_i(x(t,\omega),t)$ 表示博弈者 i 在自然状态 ω 下在时期 t 的均衡得益。对行为人来说，不交易策略总是存在的，因此，在任一时期中，一个行为人可以确保他会将其现有消费组合保持到博弈结束。因为博弈会以 1 的概率停止，他的均衡得益必须至少等于他现有消费组合的效用。因而，在每一时期 t 对于每个行为人 i 来说，都有（以 1 的概率）：

$$v_i(x(t),t) \geqslant u_i(x_i(t)) \tag{2.16}$$

设想博弈持续到时期 t。博弈以概率$(1-\gamma)$在时期 t 停止并且行为人被迫消费他现有的消费组合 $x_i(t)$。博弈至少再持续一个期间的概率为 γ，行为人在时期 $t+1$ 开始时后续博弈的得益为 $v_i(x(t+1),t+1)$。因此，均衡得益必须满足递归关系（recursive relation）：

$$v_i(x(t),t)=(1-\gamma)u_i(x_i(t))$$

$$+ \gamma E[v_i(x(t+1), t+1) \mid \mathscr{F}_t] \tag{2.17}$$

上式成立的概率为 1。(2.16)式和(2.17)式意味着均衡得益形成了一个子鞅(submartingale),即对于每个时期 t 来说,都有:

$$v_i(x(t), t) \leqslant E[v_i(x(t+1), t+1) \mid \mathscr{F}_t] \tag{2.18}$$

(Karlin and Taylor, 1975, 第 248 页)。为了阐释这一点,不妨反过来设想对于某个非空集合 $S \in \mathscr{F}_t$,有:

$$\int_S v_i(x(t,\omega), t) P(d\omega) > \int_S v_i(x(t+1,\omega), t+1) P(d\omega) \tag{2.19}$$

那么,因为 $\gamma > 0$ 我们可以利用递归关系(2.17)式和(2.19)式来得出这样的结论:

$$\begin{aligned}
\int_S v_i(x(t,\omega), t) P(d\omega) &= \gamma \int_S u_i(x_i(t,\omega)) P(d\omega) + (1-\gamma) \\
&\quad \int_S v_i(x(t+1,\omega), t+1) P(d\omega) \\
&< \gamma \int_S u_i(x_i(t,\omega)) P(d\omega) + (1-\gamma) \\
&\quad \int_S u_i(x_i(t,\omega)) P(d\omega) \\
&= \int_S u_i(x_i(t,\omega)) P(d\omega)
\end{aligned}$$

这与(2.16)式相矛盾。这一矛盾验证了(2.18)式并且证明了得益是一个子鞅。

正如在不包含贴现因素的模型中那样,通过对于每一个 i 和 t 使得 $V_i(t,\omega) = v_i(x(t,\omega), t)$,我们界定了一个由均衡得益所组成的随机过程 $\{V(t)\}$。我们已经说明,相对于

$\{\mathscr{F}_t\}$，$\{V(t)\}$是一个子鞅，并且很明显$\{V(t)\}$是有界的。因而，“鞅的收敛定理”意味着$\{V(t)\}$几乎一定收敛于一个变量V_i^{∞}，并有$E[V_i(t) \mid \mathscr{F}_t] \leqslant E[V_i^{\infty} \mid \mathscr{F}_t]$(Karlin and Taylor, 1975，第278页)。

通过对得益的界定，我们知道：

$$E[V_i(t) \mid \mathscr{F}_t] = (1-\gamma)E\left[\sum_{s=t}^{\infty}\gamma^{s-t-1}u_i(x_i(s)) \mid \mathscr{F}_t\right]$$

结果有：

$$\begin{aligned} & E[V_i(t) \mid \mathscr{F}_t] - \gamma E[V_i(t+1) \mid \mathscr{F}_t] \\ & = (1-\gamma)E\left[\sum_{s=t}^{\infty}\gamma^{s-t-1}u_i(x_i(s)) \mid \mathscr{F}_t\right] \\ & \quad - E\left[\sum_{s=t+1}^{\infty}\gamma^{s-t}u_i(x_i(s)) \mid \mathscr{F}_t\right] \\ & = (1-\gamma)E[u_i(x_i(t)) \mid \mathscr{F}_t] \\ & = (1-\gamma)u_i(x_i(t)) \end{aligned} \tag{2.20}$$

其中，期望交易$E[\cdot \mid \mathscr{F}_t]$可以在最后一行中消去，因为$x_i(t)$是$\mathscr{F}_t$-可测的。通过对(2.20)式取极限并且用$(1-\gamma)$去除，就得到：

$$V_i^{\infty} = \lim_{t\to\infty} u_i(x_i(t)) \quad \text{a.s.}$$

因此我们得出以下结论：

命题 17 用f^*表示Γ的一个MPE，用$\{x(t)\}_{t=1}^{\infty}$表示均衡配置，并用$\{V_i(t)\}_{t=1}^{\infty}$表示均衡得益，那么，

$$\lim_t u_i(x_i(t)) = \lim_t V_i(t) = V_i^{\infty} \quad \text{a.s.}$$

并且$E[V_i(t) \mid \mathscr{F}_t] \leqslant E[V_i^{\infty} \mid \mathscr{F}_t]$。

渐进效率

命题 17 可用来证明均衡配置的渐进效率。这个证明与不包含贴现因素的情形是一样的,这里就不再赘述了。

命题 18 在 Ω 上存在一个随机变量 x^{∞} 使得几乎一定有:

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = x^{\infty} \in P$$

帕累托效率

正如在一个具有非随机博弈顺序的模型中(确定性匹配)那样,渐进效率的结果丝毫不意味着均衡效率,这是因为,博弈最终会在有限的时间里以 1 的概率结束。因此,除了需要假定 MPE 是渐进纯粹的以外,我们还需要限定交易过程收敛的时间。我们可以像 2.9 节谈到帕累托效率时所做的那样,用一个有限的配置集合来接近初始博弈的结果。由于具体过程与 2.9 节谈到帕累托效率的情形相同,这里也就不再重复了。

均衡的竞争性序列

一旦效率模型被建立起来之后,我们就可以用通常的方式来分析均衡的竞争性序列。

2.11 混合均衡

在对随机匹配模型的分析过程中,我们着重考察了渐进纯粹的 MPE。混合均衡(mixed equilibria)同样存在。事实

上,将混合均衡排除掉是很困难的。问题的实质来自这样一个事实:瓦尔拉斯配置的集合虽然一般来说是有限的,但并不是一个单例(singleton)(Debreu,1970)。我们已经知道,在某些特殊条件下,任何确定性均衡路径都会引向瓦尔拉斯配置。此外,MPE 的数量有可能与不同的瓦尔拉斯配置的数量一样多。混合均衡可以经由 MPE 的随机化过程产生。例如,可以将配置过程中的一些随机因素(像"太阳黑子"那样)作为条件来最终达到瓦尔拉斯配置。如果这样一个均衡存在,最后的结果将是一个在瓦尔拉斯配置中的概率分布。如果消费者是风险规避的,那么这种瓦尔拉斯配置中的概率分布就不必是帕累托效率的,因为不存在这种不确定性交易的市场。即使事后的博弈结果是有限数量的瓦尔拉斯配置中的一个,事前博弈也未必完成一个瓦尔拉斯配置。

为了用随机结果建构混合均衡,我们首先考虑一个交换经济 ε,后者具有多个竞争均衡。接着我们会发现这些竞争配置中的每一个均可以作为一个 MPE 的渐进结果而达致。然后,我们就可以运用某个随机的自然选择来建构混合均衡,以从中挑选出一个渐进纯粹的 MPE。

这种建构是建立在二人埃奇沃思箱形经济 $\varepsilon=\{(X_i,u_i,e_i)\}_{i=1}^{2}$基础上的。为了简化起见,假定没有贴现因素。因为 ε 具有多个竞争均衡,我们就不能使用 2.8 节中的结论了。然而,当仅存在两个行为人时,任一竞争均衡都可作为一个 MPE 的结果而渐进地达到。首先我们要给这样一个命题一个明晰的证明。

假设(p^*,x^*)是 ε 的一个竞争均衡。用 $\varnothing$ 表示一个从可达致配置的集合 X 到帕累托效率配置的集合 P 的方程,

该方程满足个体理性条件：

$$u_i(\varnothing_i(x)) \geqslant u_i(x_i), i = 1、2$$

并且与 x^* 相一致：

$$\varnothing(e) = x^*$$

一旦得到 x，我们就可以把 $\varnothing(x)$ 视为目标配置。请注意，u_i 的严格拟凹性意味着 $\varnothing(x)$ 是同 $\varnothing(x)$ 点一样好的惟一的帕累托效率配置，所以，

$$\varnothing(\varnothing(x)) = \varnothing(x)$$

同样，博弈者 i 基于达到配置 x 的得益为：$v_i(x) = u_i(\varnothing_i(x))$。

用 $f=(f_1,f_2)$ 表示实行 (p^*, x^*) 的渐进纯粹 MPE，并用如下方式来界定策略组合 f。如果 x 是一个可达致配置，(i, j) 为一对已匹配的行为人，并且 $i \neq j$，那么，

$$\begin{aligned} f_i(x, i, j) &= \varnothing_i(x) - x_i \\ &= x_j - \varnothing_j(x) \end{aligned}$$

并且，

$$f_j(x, i, j, z) = \begin{cases} \text{"yes"}, \text{如果 } z = \varnothing_i(x) - x_i \\ \qquad \text{或者 } v_j(x - z) > v_j(x) \\ \text{"no"}, \text{其他情况} \end{cases}$$

用语言来描述就是，报价者总是提出一个报价，如果报价被接受，那么就会使这一对行为人达致目标配置 $\varnothing(x)$；回应者要么接受这一报价要么接受一个他严格偏好的报价，并拒绝所有其他报价。

很显然，就遵守这些策略将达致最终的配置 x^* 这一点而言，策略组合 f 完成了竞争性配置 (p^*, x^*)。为了明白这

是一个渐进纯粹的 MPE,我们需要说明,行为人在每一个信息集合里选择的是最优的反应。假定在某个期间开始时的当期配置是 x,并且行为人对(i, j)是被自然选择的。均衡报价是 $z=f_i(x,i,j)$。报价者不可能做得更好,因为报价 $z=\emptyset_i(x)-x_i$ 是个体理性的,并且回应者将拒绝任何除非能够满足 $v_j(x-z)>v_j(x)$的其他报价。因为 $\emptyset(x)$是帕累托效率的,上述这个不等式意味着 $v_i(x-z)<v_i(x)$,因而报价者不可能比报价 z 做得更好。

同样,沿着均衡路径,回应者除了跟随这种策略外也没有更好的策略。因为报价 z 是个体理性的,如果他拒绝这个报价,他将以 1 的概率在将来以同样的配置结束博弈。如果偏离均衡路径,接受任何满足 $v_j(x-z)>v_j(x)$的报价 z 是最优的,而拒绝任何满足 $v_j(x-z)\leqslant v_j(x)$的报价 z 是弱最优的。因而,f_j 对于回应者也是最优的。

这样就完成了对如下命题的证明:

命题 19 用(p^*,x^*)来表示二人经济 ε 中的一个竞争均衡,则在 Γ 中存在一个渐进纯粹 MPE 的 f,使得在 f 下的渐进配置为 x^*。

现在假定这个经济中有两个竞争均衡(p^A, x^A)和(p^B, x^B)。如上所述,对应于每个竞争均衡,存在渐进纯粹的 MPE——相应地称之为 f^A 和 f^B。通过运用这些 MPE 策略组合,构建一个子博弈完美均衡(subgame-perfect equilibrium,即 SPE)是没有任何困难的,在这种均衡里,结果就是在两个瓦尔拉斯结果(p^A,x^A)和(p^B,x^B)之间的概率分布。简单地说,即策略选择基于谁先被选取作报价者。

- 如果 $i=1$ 在时期 1 被选为报价者,那么两个博弈者都

会采取对应于导致(p^A, x^A)的 MPE 的策略 f^A。

- 如果 $i=2$ 在时期 1 被选为报价者，那么两个博弈者都会采取对应于导致(p^B, x^B)的 MPE 的策略 f^B。

很显然，用这种方式界定的策略形成了一个 SPE，并且该结果以 1/2 的概率分别生成 x^A 和 x^B。由于行为人是风险规避的，因而这种随机配置并非是帕累托效率的——两个行为人肯定都会偏好于得到$(x^A + x^B)/2$——因而这不会是一个瓦尔拉斯结果。正如笔者所描述的那样，这个均衡并不是一个 MPE，因为策略依赖于第一时期的自然选择。

定理 20 假定在一个二人经济 ϵ 里存在两个均衡(p^A, x^A)和(p^B, x^B)，并且 $x^A \neq x^B$。那么，存在一个 SPE 使得渐进配置为 x^A、x^B 的概率各为 1/2。

我们在前面几节中所采用的论证方法并不能用来排除存在这种均衡的可能性。一旦在时期 1 时博弈由一个自然选择开始，这就木已成舟。建立在这种随机选择之上的策略的调节在任何人有所行动之前就阻止了竞争均衡的产生。接下来的博弈过程满足了所有我们希望的条件，因而关于均衡的论证并不能取消这一条件。

值得注意的是，这种博弈在初始自然选择上的调节，会以一个纯均衡上的概率分布产生一个奥曼(Aumann，1974)意义上的关联均衡。初始自然选择起到了“太阳黑子”或关联装置的作用。

这种均衡的结构非常特殊，在某种意义上，也可以说我们是在实现竞争均衡。从时期 1 开始，整个博弈就表现出似乎要完成一个与初始禀赋相关的单一的、非随机的竞争均衡。然而，有可能存在其他并不具备这种特性的更复杂的均衡。

例如,有可能存在一些 SPEs,在其中,极限配置并非与初始禀赋相关的瓦尔拉斯配置。或者有可能存在这样的 SPEs,对于任何有限的时期 t 而言,极限配置不是一个与时期 t 的当期配置相关的瓦尔拉斯配置。对此,我们仍知之甚少。

如果,随机性对于竞争均衡的实现来说是一个不可逾越的障碍,那么这一理论就变得相当脆弱。随机匹配在搜索模型中是一个常见的因素。由于它在任何框架中均有一些现实性并且由于其简单的缘故,在许多模型中它都被包含进去。无论如何,我们都应该把这种随机性包括进来。

在随机匹配的框架中保持竞争理论的一个可行方法是再一次取大数,在这里我们是为了排除整体的不确定性。当然,如果这个世界上存在整体的不确定性,那么,竞争均衡的定义就要扩展到允许这种不确定性存在的情形。对这一理论而言,问题是少量的不确定性却很重要。但是,如果在匹配的过程中存在大量的个体和大量的随机因素,我们就会假定总的来说这些不确定性并不太重要,因为在匹配的实现过程中,匹配的分布是大同小异的。当然,要说清楚这一点不容易。但这并非是不可能的,因为,对于一些较好的情形来说,我们可以忽略这种不确定性对均衡结果的影响。

2.12 总结

以上就是笔者所努力建立的在有限数量行为人动态匹配与讨价还价博弈基础之上的竞争理论。这是一条崎岖的山径。这其中运用了许多较强的假定,不仅包括对模型初始条

件的假定,还包括对内生变量的假定。

- 我们将注意力集中在了马尔可夫完美均衡上(尽管我们已经指出,为了证明竞争性极限定理,这一小部分信息是应该被忽略的)。
- 针对均衡的竞争性序列所提出的连续性假设则说明,相对整体经济而言,单个行为人的影响是可以忽略不计的。
- 均衡被假定为渐进纯粹的。
- 考虑到贴现因素,对初始 DMBG 的有限状态的近似是为了确保收敛所需的时间不是太长。否则,当贴现因子 γ 趋向于 1 时,贴现的影响未必会消失。

再者,这些假定的作用是不明显的。我们还不十分清楚的是,为了确保在均衡中这些性质仍能成立,对模型的初始条件作哪些限制才是必需的。

尽管如此,假定自身并非是不可接受的。少量行为人对均衡的影响很小、策略是马尔可夫的、行为人是匿名的等等,这些诸如此类的观念,都是经济学家耳熟能详的。它们看来都与我们对大的经济的直觉理解相符,并且至少与某些我们对竞争性市场所知的"事实"相符。

一个可能的结论是,出于某些原因,竞争理论要求具有一些无法从博弈理论分析中推导出来的基本性质。这是一个很值得探索的思想,但是按照传统博弈论,对此我们所能说的却甚少。

另一个观点是,模型需要改造。一个更丰富的模型也许会带给我们更多的架构,并且实际上允许我们简化均衡分析。在第 3 章中,我们将对此加以探讨。

注 释

① 这里用"递增"一词仅仅指递增，而一些作者则用"严格递增"来指这一意思。

② 配置 x 是 h 的一个函数。在这种意义上来说，对于信息集合而言，这种表示方法有些多余，但因为笔者经常使用它，把 x 明确标示出来有一定的好处。



连续性与匿名性

在第2章中我们阐明了一个有限数量行为人参与的动态匹配与讨价还价博弈(DMBG)理论。主要由于有限博弈中所产生的策略问题,这一理论较之一个连续统经济的相应理论难度更大。讨价还价理论应用于分析少数博弈者——通常只有两个——的博弈,在这类讨价还价博弈中所产生的策略问题已经得到深入的研究。然而,那些行为人数量较大但却有限的市场中的讨价还价博弈问题,相对来说仍然是一个未开发的领域。涉及这一问题的为数不多的论文之一是鲁宾斯坦和沃林斯基(Rubinstein and Wolinsky, 1990)的那篇富于创新和想像力的论文。评述这篇文章中的有关结论是非常值得的,因为这些结论有助于我们加深对第2章中所得出的有关马尔可夫策略、匿名性(anonymity)和连续性(continuity)的重要性的认识。

3.1 鲁宾斯坦和沃林斯基(1990)

鲁宾斯坦和沃林斯基(1990,以下简称为 RW)的那篇论文中包含一系列模型,这些模型说明了在 DMBG 的分析中不同的信息和制度假设的重要性。作为基准,RW 是从匹配过程是外生的这样一个模型开始的。市场中有 S 个卖者和 B 个买者,其中 $B>S$。每一卖者拥有一单位不可分割的商品,这单位商品对于卖者自身来说一文不值;每一买者最多想要购买一单位不可分割商品,这单位商品对于买者来说值 1 美元。时间被分割为离散的时期:$t=1,2,\cdots$。在每一时期,行为人被随机匹配成对,每一对由一个卖者和一个买者构成(成对匹配的每一可行构造是等概率的)。在一对卖者和买者中,随机地选取其中一人作为报价者,另一个人则作为回应者。每一个成员有 1/2 的概率被选为报价者。报价者选择一个价格 p,$p\in[0,1]$,回应者接受或者拒绝这一报价。

在每一时期,行为人随机地进行再匹配,未被匹配的买者在该期被迫不参与交易活动。

当行为人在价格 p 上达成交易时,买卖双方获得的得益分别为 $1-p$ 和 p。在该模型中不存在贴现因素。一旦达成交易,双方行为人就退出市场。

行为人拥有关于以前博弈的完备信息,但当他们在当期博弈中选择自己的行动时并不知道其他行为人同时会选择何种行动。

在这一模型中,RW 获得的核心结论是下述定理:

定理 1 对于每一个位于 0 到 1 之间的价格 p^* 和每一个从卖方集合到买方集合的一对一函数 β，存在一个序贯均衡，在这一序贯均衡中，卖者 s 以价格 p^* 将其一单位商品出售给买者 $\beta(s)$。

换言之，博弈的序贯均衡可以支持一个解的连续统（a continuum of outcomes）（序贯均衡在这里是必需的，因为这是一个不完美信息博弈）。直观的证明已在第 1 章中给出，在那里，存在一个卖者 $S=1$ 和多个买者 $b=1,\cdots,B$（见 1.6 节连续统假设）。某一买者 b^* 被确认为是愿意按价格 p^* 购买商品的人。每当卖者是报价者时，均衡策略要求卖者以 $p=1$ 的价格对商品进行报价并与一个买者 $b(b\neq b^*)$ 相匹配。买者 $b(b\neq b^*)$ 拒绝这个报价。每当买者 $b(b\neq b^*)$ 为报价者时，他对购买该商品的报价为 $p=0$ 而卖者拒绝这个价格。当卖者与买者 b^* 相遇时，无论双方谁被选为报价者，都会提出 $p=p^*$ 的报价，且回应者接受这个报价。这些策略明白无误地产生了所要求的结果，并且由于不存在贴现因素，卖者和买者 b^* 的得益分别为 p^* 和 $1-p^*$。

为了防止对均衡的偏离，在下面的讨论中我们使用了子博弈均衡策略。假如卖者偏离均衡，提出 $p\neq p^*$ 的报价。回应者拒绝这个报价从而博弈进入子博弈阶段，在子博弈中以前拒绝接受报价的买者 b^{**} 现在打算购买该商品，而此时的报价变为 $p^{**}=0$。与前面给出的均衡策略相比，现在的策略是以价格 p^{**} 代替 p^* 而以买者 b^{**} 代替 b^*。

如果一个买者偏离均衡，提出 $p\neq p^*$ 的报价，那么卖者会拒绝这个报价，另一个买者被选定为该商品的接受者 b^{**}，并且该单位商品的交易价格现在变为 $p^{**}=1$。均衡策略以

与前述相同的方式定义。

对这些惩罚策略的偏离可以用完全类似的方式来处理。

可以很容易地看到,初始偏离者在由于其偏离所触发的惩罚阶段,他的福利状况不会优于并且可能会劣于偏离前的状况。而回应者如果接受偏离报价,他在这一阶段的福利状况至少与以前一样好。通过对策略的考查,还可以看出,一个被请求拒绝报价的回应者如果接受报价,他的福利状况不会得到改善。并且,如果我们假设在一个偏离均衡的拒绝后博弈会继续进行下去,一个被假定会接受报价的回应者拒绝该报价也不会使他的福利状况更好。

鉴于对潜在的偏离次数没有任何限定以及每一次额外的偏离都要求有一个使博弈过程变得更加复杂的特定回应,从而上述策略最终也会是相当复杂的。正如 RW 所指出的那样,人们可将这一模型的建构视为博弈者需要大量信息以实施均衡策略。出于比较的目的,RW 考察了一个替代模型,在这一模型中,行为人所能获得的信息量是有限的。具体地说,该博弈满足如下匿名性假定:

在每一时期 t 的开始,买者和卖者所获得的关于以前博弈的所有信息仅包括博弈中仍存留下来的买者人数 B_t 和卖者人数 S_t。

在这个假定下,报价者的策略是买者和卖者的数量(B_t, S_t)以及时期 t 的函数。回应者的策略是行为人的数量(B_t, S_t)、时期 t 及报价 p 的函数。RW 指出,在匿名性假定下,这个博弈的惟一均衡结果是竞争结果。

定理 2 *如果每个博弈者拥有的信息仅包括 B_t、S_t 和 t,那么惟一的序贯均衡结果是该商品以等于 1 的价格被出售。*

这里有两点值得注意。首先，匿名性假定与强马尔可夫假定是一致的，后者要求所采取的策略是每一时期中与得益相关的变量的一个最小集合的函数：这些策略不允许建立在对博弈的未来得益没有直接影响的变量之上。[①]其次，在防止行为人惩罚偏离者上，匿名性假定亦有直接影响，因为偏离发生之后不会被记住。

为弄明白匿名性假定如何起作用，我们假设存在一个卖者和两个买者。一旦交易发生博弈即终止，因此只要博弈持续下去就有$(B_t, S_t)=(2,1)$。匿名性假定意味着每个行为人的报价至多取决于时期 t 而回应者的策略至多取决于时期 t 和报价 p。当然，不同的行为人会有不同的策略。

令 $1-\alpha$ 为卖者在博弈的所有子博弈完美均衡(SPEs)中的得益的下确界(infimum)（SPE 在这里是满足的，因为每个期间仅有一个匹配）。由于存在两个买者，因此他们不可能同时获得该单位商品，并且他们在博弈中每一时点的得益总合一定小于或等于 α，$\alpha\leqslant 1$。那么，其中一个买者预期能够获得的得益一定不超过 $\alpha/2$，如果卖者有机会向该买者提出报价，他的报价会达到 $1-\alpha/2$，并且肯定能得到这一报价。我们称这个买者为"输者"(Loser)。输者的存在为卖者的得益设定了一个下限。以 1/4 的概率卖者会与输者匹配且卖者被选定为报价者，此时卖者获得的得益为 $1-\alpha/2$；以 3/4 的概率卖者获得至少 $1-\alpha$ 的得益，因此他的得益至少为：

$$\frac{1}{4}(1-\alpha/2)+\frac{3}{4}(1-\alpha)=1-\frac{7}{8}\alpha\geqslant 1-\alpha$$

最后的不等式是严格成立的，除非 $\alpha=0$，否则这与 $1-\alpha$ 是卖者的得益的下确界这一定义相矛盾。但 $\alpha=0$ 意味着该商品

总是在价格 $p=1$ 时达成交易。

这一结论的关键点在于,每个买者都有这样一个未来得益,这个得益独立于卖者在当期提出的报价。在定理 1 的解释性证明(heuristic proof)中,卖者的任何偏离都会被其他博弈者"记住",且那些拒绝接受偏离均衡的报价的买者会获得一个回报。相比较而言,在匿名博弈中,买者的保留效用独立于卖者的报价,这一事实使得卖者可以利用买者的弱点,向买者索要一个与其保留效用水平相一致的最高价格。

没有贴现率这一点也是很重要的。定理 1 之所以成立,是因为买卖双方建立了一种关系。在任何时刻,每一单位商品均以一特定的价格出售给一特定的买者。对均衡策略的任何偏离都会导致建立一种新的关系来惩罚偏离者。由于匹配过程是随机的,且存在大量的买者和卖者,可能要花很长的时间才能使指定的买者与卖者相遇并完成交易。因为不存在贴现因素,所以行为人不会在乎指定的买者和卖者要花多长的时间才能找到对方。然而,如果行为人对于未来有一主观贴现率,那么维持这些关系的代价将是非常高昂的。截至交易发生,交易所产生的剩余可能已被贴现得所剩无几了。假定其他条件不变,如果一个卖者(买者)和他遇到的第一个买者(卖者)进行交易,他的福利状况会变得更好。有鉴于此,贴现使得实施惩罚策略是次优的,这些惩罚策略对于支持定理 1 中的均衡是必需的。事实上,贴现率完全消除了大量的序贯均衡。为理解这一点,假设模型已被修正,以包含一个共同的贴现因子 $0<\delta<1$。这样就可以看到,在只有一个卖者的模型中,存在惟一的均衡。令 $x(B)$ 和 $y(B)$ 为如下联立方程:

$$y = \frac{\delta(x + y)}{2}$$

$$1 - x = \frac{\delta(1 - x + 1 - y)}{2B}$$

的解(x, y)。

定理 3 假设 $S=1$，且所有的行为人用共同的贴现因子 $0<\delta<1$ 对未来进行贴现，那么，存在一个惟一的 SPE，在这个 SPE 中，交易立即发生，价格为 $x(B)$ 或者 $y(B)$（这取决于买者或卖者哪一方被选为报价者）。

值得注意的是，在 $S>1$ 的情况下，这一结论未被证实。[2]

请注意，对于固定的 B 值以及 $0<\delta<1$，交易的剩余由市场买卖双方共同分享；但当 $B\rightarrow\infty$ 时，均衡价格收敛于 1。大量买者的存在使得定理 1 的均衡变得极端无效率，而在定理 1 中，只有一个买者被分派为该商品的接受者。在极限处，维持买卖双方关系的高昂成本导致出现与定理 2 中的匿名性假定相同的结果。然而，需要指出的重要一点是，因为我们假设 $S=1$，令 $B\rightarrow\infty$ 增大了买者相对于卖者的数量。这与通过复制(replication)来增加市场规模的情形是不一样的。

这里有一点尽管不是很明显但也是真实存在的：当 $\delta\rightarrow 1$ 时，$x(\delta, B)\rightarrow 1$ 且 $y(\delta, B)\rightarrow 1$，这样，卖者再次获得等于 1 的最高价格。对于这个结论存在一个简单的直觉。当 $\delta<1$ 时，买者拥有一定的讨价还价力量，因为他们可以威胁延迟交易，这使得买者可以狠狠地敲卖者一笔，压低价格以获得一些剩余。当 $\delta\rightarrow 1$ 时，买者的这一力量就消失了，而卖者能够充分利用他对于商品的垄断权，即决定将商品出售给哪一个买者的特定权力。

我们能通过说明定理 1 的多重均衡不够稳定这一点来阐释定理 3。这很类似于贴现率在斯塔尔—鲁宾斯坦轮流出价模型中的作用。在没有贴现率的轮流出价博弈中，任何帕累托效率的结果均可被一个 SPE 所支持；当存在一个正的贴现率时，无论这个贴现率多么小，此时仅存在一个惟一的 SPE 结果。因此，我们可以将没有贴现率的博弈作为有贴现率的博弈的极限情况，并证明，在极限处，除一个均衡结果外，其余所有的结果均是反常的(pathological)。同样地，我们可以证明定理 1 所表明的均衡的不确定性也是反常的，因为一旦引入一个任意小的贴现率，这一不确定性便消失了。

RW 对于这些指责有一巧妙的回击。RW 指出，贴现率在增加维持买卖双方关系的成本上的效力取决于这样一个假定：匹配的形成与终止都是随机的和外生的。如果对交易伙伴的选择是内生的，应该能够证明，在有贴现率时，存在多重均衡。为证实这一结论，RW 考虑了这样一个模型，这一模型中只有一个卖者，且在每期间的开始，卖者可以选择他想在该期与之进行讨价还价的买者。

定理 4 *如果 $S=1$，且卖者在每个期间可以选择他想与之进行讨价还价的买者，那么，就存在一个 SPE 结果的连续统：对于每一买者 b 和每一价格 $x(1)\leqslant p\leqslant 1$ 来说——其中，$x(B)$ 由定理 3 来界定——存在一个 SPE，在这个 SPE 中，买者 b 接受该商品，价格为 p 或者 $\delta p/(2-\delta)$，这取决于卖者和买者 b 起初相遇时哪一方为报价者。*

因此，在有贴现率时仍存在均衡的非确定性。

在这个模型中发现的不确定性与第 1 章里描述的鲁宾斯坦—沃林斯基(1985)模型中出现的不确定性有家族相似特

征。原先那篇论文假定,当一对行为人中一方与一个新的行为人匹配时,这对行为人就会分开。给定每个行为人预期所有其他行为人均遵循同样的规则,这种行为就是最优的。既然所有的买者都是相同的并且所有的卖者也都是相同的,那么行为人就不在乎是转向一个新的交易伙伴还是维持与以前交易伙伴的关系。如果一个行为人的交易伙伴会以一个正的概率离他而去并转向一个新的伙伴,该行为人将严格偏好于自身与一个新的交易伙伴匹配。然而,基于同样的原因,一个行为人保持与当前伙伴的关系而忽视新的匹配也将是最优的,如果他认为所有其他行为人也将会这样做的话。在这种情形下,两个行为人一旦匹配,就将维持这种伙伴关系,直至达成交易。大量买者与卖者的存在这一点就变得无关紧要了,且均衡结果将与两个人的讨价还价博弈相同。

定理 4 所描述的自愿匹配博弈中存在同样的两类均衡。其一,卖者与单个买者进行讨价还价,而忽视其他买者的存在。这一均衡为均衡价格设定了一个下限——即两个人的讨价还价博弈所决定的价格 $x(1)$。其二,买者之间的竞争是充分的,且均衡价格为 $p=1$。在这个模型中,一旦我们获得两个均衡,就很容易证实还存在更多的均衡结果。通过令决策分别依赖于每个行为人的行为,我们可以获得其他的均衡。

尽管自愿匹配模型(定理 4)中存在一个均衡结果的连续统,均衡的不确定性程度仍然取决于买者的数量 B 和贴现因子 δ。与存在贴现率的外生匹配模型(定理 3)一样,如果(1)买者的数量趋向无穷大,或者(2)贴现因子趋近于 1,均衡价格的区间就将归于 $p=1$。

最后,人们可以利用这些结论来反对或支持竞争结果,这

取决于人们认为哪组假定最具吸引力。这些结论的价值在于表明了模型的有关设定对于决定均衡结果的重要性,并进一步阐明了匿名性、连续性和马尔可夫性质对于支持竞争结果的作用。

- 匿名性及其他信息限制——这些因素在 RW 中被视为等同于马尔可夫性质——被用于排除一些复杂的策略,这些策略在证实行为人数量较大但却有限的模型中的不确定性是必要的。
- 用于证明**定理 1** 的那些特定策略保证单个行为人对博弈的序贯玩法有较大的影响,即使在博弈者的数量很大时,也是如此。
- 当匹配是外生的(**定理 3**)而不是内生的(**定理 4**)时候,贴现率恢复了均衡的"惟一性"。然而,在存在贴现因素的自愿匹配博弈中,非马尔可夫策略对于支持均衡的不确定性是必要的。

这里可能还有一点值得注意,竞争结果与垄断结果相同这一事实,使得人们很难解释这些结果究竟是支持竞争理论,还是与之相悖。

3.2 有限理性和惟一性

在 RW 博弈中,策略是将博弈历史信息转化为行动的函数序列。如果我们把一个策略的复杂性看作是由决定行为人行动的变量的数量来衡量的,那么,在许多种 RW 博弈中,策略变量将是无限复杂的。更精确地说,由于博弈的历史跨度

是无限长的，因而所采用的策略的复杂性也是无限大的。在这一节，我们探讨对行为人的策略所施加的一定限制，这一限制的限定性弱于马尔可夫性质，只不过是对行为人依据博弈历史来决定其行动的能力施加某些限定。RW 是依据行为人可获得的信息来阐释对行为人策略的限制的，而我们这里所考虑的限制则是通过“有限理性”这一形式来进行说明的：行为人为决定未来博弈的行动而保有和处理的有关过去博弈的历史信息是有限的。为便于讨论，笔者保留了那些看来最经得起不确定性检验的假定——即自愿匹配和不存在贴现因素，并且只考虑一个卖者和有限数量的 n 个买者的情形。

有限记忆状态

马尔可夫假定排除了使用过去任何信息来决定博弈未来行动的情况。实际上，策略是记不住的这一假设是与均衡的存在性相一致的最具限制性的假设。从另一个极端讲，博弈的整个历史进程是能被记住并被用于决定博弈的未来行动的。在这一节，我们采取一个折中路线，允许行为人记住有关博弈历史的有限数量的信息。通过对行为人的记忆力施加一定限制，我们对其采用的策略的复杂性也施加了一定的限制。

行为人的记忆力用一个记忆状态集合(a set of memory states)来表示，每个记忆状态代表一定量可接受的能够从过去博弈中保留下来的信息。令 S 表示记忆状态集合——请注意 S 对于所有的行为人都是相同的。每一时期卖者提出一个报价并选择一个接受该报价的买者。卖者的策略是这样一个函数 $f: S \to I \times [0,1]$，该函数将一个记忆状态 s 转化为一个有序对(i, p)，表示卖者愿意以价格 p 向买者 i 出售该

商品。买者 i 的策略为函数 $g_i: S\times[0,1]\to\{Y,N\}$，此函数将一个有序对 (s,p) 转化为一个回应 Y 或者 N，有序对 (s,p) 表示卖者对买者 i 的报价为 p。当然，只要商品未被出售，就可以应用这些策略。给定一个记忆状态 s，依据方程：

$$(i,p)=f(s) \tag{3.1}$$

和

$$r=g_i(s,p) \tag{3.2}$$

策略组合 $(f,g)=(f,g_1,\cdots,g_n)$ 就会决定一个惟一的行动 $a=(i,p,r)$。

记忆状态根据一个外生给定的法则 $\varnothing$ 而演化。这一法则代表行为人破解他在记忆状态语言中接收到的新信息的能力。规范地说，$\varnothing$ 把当期的记忆状态和当期选择的行动转化为未来的记忆状态。如果 s_t 表示当期的记忆状态，a_t 表示时期 t 的联合行动，s_{t+1} 表示时期 $t+1$ 的记忆状态，那么行动法则可表述为：

$$s_{t+1}=\varnothing(s_t,a_t) \tag{3.3}$$

其中，$a_t=(i_t,p_t,r_t)$，$(i_t,p_t)=f(s_t)$，$r_t=g_{i_t}(s_t,p_t)$。对于任意策略组合 (f,g) 和初始记忆状态 s_0，存在一条由(3.1)式、(3.2)式和(3.3)式决定的惟一路径。给定这个策略集合和这一路径，我们可以赋予博弈者一个惟一的得益函数。令 $U(f,g,s_0)$（相应地，$V_i(f,g,s_0)$）表示卖者（相应地，买者）依据策略组合 (f,g) 和初始记忆状态 s_0 所获得的得益。

如果记忆状态集合足够大，那么这种描述策略的方式就根本不会对博弈构成任何限制。例如，如果 S 为所有可能的历史信息 H 的集合，并且 $\varnothing: H\times A\to H$ 由下式定义：

$$\varnothing(h,a)\equiv(h,a)$$

那么,由记忆状态界定策略的博弈与由完备历史信息界定策略的 RW 博弈是策略等价的。这一形式化的目的是为了在选择对策略集合加以限制时有一定的灵活性。如果我们将集合 S 看作独一无二的,那么我们就被限制于马尔可夫策略。[3]假设 S 是有限集合,这就使我们有一个更丰富的而当 n 较大时又限制了其复杂性的策略集合。当博弈者数量足够大时,通过限制 S 为有限集合,我们可以证明存在一个基本上惟一的结果,即卖者获得交易的全部剩余。

定理 5 如果(f,g)是博弈的一个 SPE,在该博弈中,记忆状态集合 S 固定不变且$|S|<n$,那么卖者就其商品向买者之一提出 $p=1$ 的报价,且该买者会接受这个报价。

证明 在记忆状态 s 下,卖者(相应地,买者 i)的均衡得益可表示为 $u(s)=U(f,g,s)$(相应地,$v_i(s)=V_i(f,g,s)$)。行为人的得益仅取决于记忆状态 s,因为对于给定的策略组合(f,g),未来博弈是当期记忆状态的函数。可行性要求对于所有的记忆状态 s 满足:

$$0 \leqslant \sum_{i=1}^{n} v_i(s) \leqslant 1 \tag{3.4}$$

这意味着存在一个买者 i,有:

$$v_i(s) \leqslant \frac{1}{2}, \forall s \tag{3.5}$$

否则,对于每一个买者 i,存在一个记忆状态 s_i 使得 $v_i(s)>1/2$。由于$|S|<n$,因此对于某对行为人 $i \neq j$,有 $s_i=s_j$。换言之,对于至少两个买者而言,存在一个记忆状态 s,使得 $v_i(s)>1/2$,而这与(3.4)式表示的可行性条件是相矛盾的。这一矛盾证明,对于某个 $i=k$,(3.5)式一定成立。

(3.5)式表示的条件使我们得以对卖者的均衡得益设定一个下限。给定任意记忆状态 s，卖者知道，买者 k 预期自己不可能从后续博弈中获得大于 1/2 的得益，因此买者 k 应该会接受任何 $p<1/2$ 的报价。但这意味着卖者通过向买者 k 提出 $p=1/2-\varepsilon$ 的报价，可获得 $1/2-\varepsilon$ 的得益。考虑 ε 的任意性，在均衡时，卖者必将获得 1/2 的得益：

$$u(s) \geqslant \frac{1}{2}, \forall s \tag{3.6}$$

(3.6)式表示的条件和可行性意味着对买者的得益总和设定了新的边界：

$$0 \leqslant \sum_{i=1}^{n} v_i(s) \leqslant \frac{1}{2}, \forall s$$

根据前面的讨论，这又意味着对于某个买者 i，有：

$$v_i(s) \leqslant \frac{1}{4}, \forall s$$

沿着这种方式继续讨论下去，我们可以看到，在极限处，对于所有 s 和 i，必将有 $v_i(s)=0$，而对于所有 i，有 $u(s)=1$。■

定理 5 的证明使用了归纳法，而一个较缺乏解释性却更有效的替代证明不需要归纳法。如果我们令：

$$\alpha = \min_i \max_s \{v_i(s)\}$$

然后，我们有 $u(s) \geqslant 1-\alpha$，而根据前面的讨论，这意味着 $\alpha \leqslant \alpha/2$，因此 $\alpha=0$。通过选择与最弱势的买者 i(对于该买者而言，有 $\max_s\{v_i(s)\}=0$)进行交易，卖者可确保自己获得最大得益。

很明显，交易必须在均衡时发生，否则就不可能获得定理 5 中的得益。然而，交易不必发生在第一时期。尽管行为人的策略不随时间而变化，但记忆状态 s 却会随时间变化，

这使我们可以在均衡策略中考虑延迟因素。例如，令 $S=\{1,2,\cdots,T\}$ 和 $s_0=1$，并假设对于任意行动组合 a，记忆状态以如下方式演化：

$$\varnothing(s,a)=\begin{cases}s+1, & \text{当} \quad s<T \\ s, & \text{当} \quad s=T\end{cases}$$

那么，记忆状态实质上是在计算时间，并且我们可用其标识交易发生的时期。比如，在任何 $s<T$ 时，卖者就其商品向买者 i 报价 $p=1$，而买者 i 拒绝这个报价；在 $s=T$ 时，卖者就其商品向买者 i 报价 $p=1$，而买者 i 接受该报价。因为不存在贴现因素，所以买卖双方均不在乎交易在 T 的哪一期发生。

定理 5 的证明与定理 2 的解释性证明相类似。在匿名博弈均衡中，只存在一个记忆状态(马尔可夫情形)和两个买者，因此买者的数量大于记忆状态的数量。定理 5 的证明只需将这种情况扩展为任意有限数量的记忆状态和数量有限(但较大)的买者即可。这两种证明方法之所以都起作用，是因为仅有一单位剩余可供奖励所有买者，并以此惩罚卖者偏离均衡。在定理 1 的证明中，这一单位的剩余被用于奖励那个拒绝接受偏离报价的行为人：通过拒绝偏离均衡的报价，回应者获得所有的剩余，这足以阻止他接受任何偏离均衡路径的报价。记忆状态的数量小于买者的数量这一假定可以避免策略集合大到足以实施这一奖惩方案。博弈中将总有一个买者充当"输者"，也就是说，无论卖者采取何种行动，他只能获得小于一单位的剩余。卖者会盯住这一买者，以其为交易对象并榨取最大量的剩余。该输者是博弈链中最弱的一环。一个输者的存在可确保所有的买者都是输者，最终他们不会从交易中获取任何剩余。

将这种博弈结果解释为“竞争性的”可能并不完全有说服力。众所周知，在一个存在贴现因素的讨价还价博弈中，允许一个行为人代表性地开出所有报价将使得该报价者攫取所有剩余。由于垄断结果与竞争结果是一样的，卖者攫取了所有剩余就可以很自然地被解释为一个垄断结果。然而，同一结果也可以在一个报价者被随机选取的模型中得出。譬如，假如卖者选择与一个买者 i 进行讨价还价，然后按照同等概率在卖者和买者 i 之间选择一个报价者。因为没有贴现因素，卖者将会无限经常地被选为报价者，上述论证就可以用来证明卖者可以强行达致一个他获得所有剩余的结果。

不完美记忆

有限记忆的假定阐明了这样一个意思，即有限理性或策略的有限复杂性可以从一个大到可能是无限大的均衡集合中选择一个竞争结果。然而，这是一个过强的假定。解决这类问题的另一种方法不需限定相对于博弈者数量的记忆状态的数量。作为一种替代，这种方法通过引入少量的随机性来模拟不完美记忆的影响。具体说来，对于 ε 的某个固定值($\varepsilon>0$)，我们假定记忆状态的转化以 $1-\varepsilon$ 的概率由(3.3)式决定，新状态以 ε 的概率在 S 上均匀分布：

$$s_{t+1}=\begin{cases}\varnothing(s_t,a_t), & \text{当概率为}:1-\varepsilon+\varepsilon/|S|\\ s\neq\varnothing(s_t,a_t), & \text{当概率为}:\varepsilon/|S|\end{cases}$$

记忆状态转化中的随机因素类似于博弈过程中“颤抖的手”。它保证总存在一个博弈者在后续博弈中遵循“错误的”策略的小概率，如奖励错的博弈者。

博弈中存在有限理性的假定导致与前面讨论相同的结

果。直观地讲,少量的随机性避免让任一买者得到奖赏而获得全部剩余。这使得卖者可确保他自己在任意记忆状态下均能获得一定量的正交易剩余。这反过来降低了买者作为一个整体可望获得的最大得益值,而少量的随机性保证任一买者必将获得小于这一新的、相对更小的最大值的得益。卖者则更可以保证他自己的得益。从这一论证的逻辑结论中,我们可以看出,在均衡时,卖者必定会获得全部的剩余。

定理6 如果(f,g)是具有不完美记忆的博弈的一个SPE,且$n>2$,那么卖者将在第一时期就其商品向买者之一提出$p=1$的报价,而该买者会接受这个报价。

证明 与前面一样,对于$i=1,\cdots,n$,令(f,g)为一个不变的SPE,并令$u(s)=U(f,g,s)$,并且$v_i(s)=V_i(f,g,s)$。设$1-\alpha$为卖者的最小得益,也就是:

$$1-\alpha=\min\{u(s):s\in S\}$$

那么可行性意味着:

$$\sum_{i=1}^{n}v_i(s)\leqslant\alpha,\forall s \tag{3.7}$$

从可行性约束(3.7)式可知,对于某个买者i,至少在$(n-1)/n$比例的状态中有$v_i(s)\leqslant\alpha/2$。为理解这一点,令:

$$S_i=\{s\in S\mid v_i(s)>\alpha/2\}$$

很显然,根据S_i的定义及可行性条件(3.7)式,对于$i\neq j$而言有$S_i\cap S_j=\varnothing$,因此,必定存在一个行为人i,满足:

$$|S_i|\leqslant\min_{j=1,\cdots,n}|S_j|\leqslant\frac{|S|}{n}$$

对于该行为人i,$|S\setminus S_i|\geqslant[(n-1)/n]|S|$成立。

现在考虑行为人i在任意记忆状态s_t和行动$a_t=(i,p)$

下的期望得益：

$$E[v_i(s_t+1)\mid(s_t,a_t)]\leqslant(1-\varepsilon)\alpha+\varepsilon\left(\frac{1}{n}\alpha+\frac{n-1}{n}\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$=\left[\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{n+1}{n}\right)+(1-\varepsilon)\right]\alpha$$
$$=\alpha-\varepsilon\alpha\left(1-\frac{n+1}{2n}\right)$$

只要 $n>2$，前面的不等式即表明对于每个 s，有 $v_i(s)<3\alpha/4$，且在子博弈完美均衡中，这意味着行为人 i 一定会接受 $p<1-\alpha(1-\varepsilon/2)$ 的报价。这样卖者可保证自己得到一个无限趋近于 $1-\alpha(1-\varepsilon/2)$ 的得益。除非 $\alpha=0$，否则这与 $1-\alpha$ 的定义是相矛盾的。■

定理 6 所要求的假定条件弱于定理 5：定理 6 只要求一个我们称之为 ε-输者的存在，换句话说，存在某个行为人，他在每一记忆状态中所获得的得益均小于 $(1-\varepsilon)\alpha$，其中 ε 为任意小的正数。同理，定理 5 要求一个 1/2-输者的存在。

从某一方面讲，定理 6 的假定太强，超过该定理本身所必需的。定理的证明并未涉及集合 S 中元素的数量。事实上，看一下定理证明的细节，就会发现，同样的讨论也适用于一个任意可度量的记忆状态空间 S，例如，一个包含波莱尔集合*(Borel sets)$\mathscr{B}(S)$和非原子型(non-atomic)概率 P 的紧的公制空间(a compact metric space)。

从定理 5 和定理 6 中可以看出，为了排除所有的非竞争性行为，不必假设策略完全不能被记住。只要策略的复杂性

---

* Félix É. É. Borel (1871－1956)，法国著名数学家，曾创立点集测度的第一个有效理论，是实变函数现代理论的开创者之一。——译者注

受到一定限制以避免实行各类复杂的惩罚措施，行为人的策略就可由大量的与过去博弈有关的信息决定，这些惩罚措施对于支持定理 1 所描述的均衡的连续统是必需的。

察特杰和萨布连(Chatterjee and Sabourian, 1998)应用一种不同的方法分析了两个有限自动机(finite automata)的讨价还价博弈。想让有限自动机(有限状态的机器)实施博弈策略的目的在于对博弈的复杂性施加一定限制。有限自动机被设计用来作出最优的回应，但它拥有均衡路径上所需的最低数量的记忆状态。这个假定没有消除非惟一性，但的确限制了均衡中发生的延误次数。

3.3 极限原理

寡头垄断的非合作博弈模型长期以来一直被用来为竞争均衡提供一个策略基础(参见第 1 章 1.4 节的讨论)。最早也是最著名的研究是众所周知的古诺寡头垄断模型。在这个模型中有 n 个相同的厂商，这些厂商同时选择它们想生产的产量。代表市场上消费者行为的反需求函数决定了市场出清价格为总产出的函数。每个厂商的利润由市场价格和厂商的产出决定，因此，我们有一个明确定义的博弈，在此博弈中，每个厂商的得益是一个 n 元有序数组，即 n 个厂商所选择的产量的函数。该模型的结果由这个博弈的一个纳什均衡给出。

当市场上厂商的数量有限时，静态古诺寡头垄断博弈预测竞争将是不完全的，与竞争性、价格接受型的均衡比较，其价格较高而产量较低。然而，当厂商的数量变得无穷大时，寡

头垄断均衡趋同于完全竞争的、价格接受型的均衡。该极限定理的证明需要一些较强的正则条件。在一篇重要的论文中，罗伯茨(Roberts, 1980)给出了一个相反的例证。罗伯茨(Roberts,1980)证明，在某些条件下，市场需求曲线是不可逆的。尽管所选择的需求函数是可逆的，但与之对应的反需求曲线却可能是不连续的。具体地讲，在某一点上，总供给量的增加可能导致市场价格的一个急剧(不连续的)下降。这一不连续性的影响在于避免递增的竞争压力使总产出的增加超过间断点。当市场在某个间断点达到均衡时，每多生产一单位的产出将导致一个内边际单位的损失，这个内边际单位的损失超过销售额外一单位的产出所获得的收益。因此，无论市场上有多少个厂商，总产出的增加都不可能超过这一间断点。

考察这个问题的另一种方式是，无论市场上有多少个厂商和消费者，每个厂商对市场仍有不可忽视的影响。这是因为，某个厂商产出的轻微增加会把市场推向灾难的边缘，并导致市场价格的急剧下跌。

罗伯茨(Roberts,1980)的例子说明了一个更一般性的问题。除非对得益函数施加某些限制，以保证得益作为策略组合的函数的连续性，否则极限定理就不成立，该极限定理描述了当博弈者数量无限增大时纳什均衡序列的行为特征。格林(Green,1984)也研究了这个问题，他考察的是博弈中纳什均衡的极限。这个由罗伯茨(Roberts,1980)提出并被格林(Green,1984)进一步研究的问题看似一个纯技术性的问题，可以通过假定博弈行为充分规范而加以解决。然而，在重复博弈中会很自然地产生一种更强形式的不连续性。

静态古诺模型的一个弱点在于，它不能以一种现实的方

式捕捉到串谋的可能性。在大多数行业里，厂商之间的竞争会持续很多期间。这种重复的相互作用可以很自然地用一个重复博弈来表示，其中每一期间的阶段博弈都是一个静态的古诺寡头垄断博弈。一旦我们允许存在重复的相互作用，(子博弈完美)均衡集合就会变得更大。根据重复博弈的俗定理(例如，参见 Fudenberg and Tirole，1992)，只要时间偏好率足够小，各博弈者的合理得益所构成的任一组合都可获得一个 SPE 的支持。特别是，将会存在这样一个均衡，在其中厂商相互串谋以分享垄断利润。

通过应用“纳什逆向”策略可以得到串谋结果。假定市场上存在 n 个厂商，且规模报酬均不变。如果 y^m 表示垄断的产出水平，那么每一期间分派给每个厂商的产出量为 y^m/n，各厂商分别获得垄断利润 π^m 中 π^m/n 部分的利润。然而，如果任一厂商偏离了产出水平 y^m/n，那么每个厂商将在下一期间转向一次性博弈的纳什—古诺均衡，也就是说，转而生产 y^c 单位的产出。在每一期间采取一次性博弈的均衡策略是一个 SPE 策略，并且，由于采用这一策略每一期间的利润将更低，因而只要贴现率足够低，对于偏离均衡的厂商的惩罚将大到足以吓阻这类偏离。

如果我们通过增加厂商和消费者的数量来复制此类市场，就更容易获得垄断结果。垄断结果不会发生变化，但一次性博弈的纳什—古诺均衡却会收敛于价格接受型均衡(即完全竞争均衡)。因此，转向纳什—古诺均衡的威胁会变得更大，并且会更有效率。这样，增加厂商的数量就根本不会降低串谋行为的可能性。

格林曾在一篇颇有先见之明的文章中研究了这个问题

(Green, 1980)。格林的研究所关注的仍是古诺寡头垄断模型。像罗伯茨一样,格林对他称之为极限原理的东西非常感兴趣。按照这一原理,当厂商数量变得很大时,静态古诺寡头垄断博弈均衡收敛于价格接受型的竞争均衡。正如我们已经看到的那样,极限原理在重复博弈中并不成立。

理解极限原理失灵的另一思路是在极限处连续性条件不成立:即使厂商数量变为无穷大,以至于单个厂商的存在相对于整个市场而言可以忽略不计,但单个厂商所采取的行动仍具有重要影响。因为当单个厂商偏离均衡时,整个市场会转向纳什策略。

另外一点值得注意的是,均衡策略并不满足马尔可夫性质。因为,对偏离均衡行为的惩罚是建立在博弈历史之上的。

这种复制经济序列的行为与有一个厂商的非原子型连续统的极限经济形成了鲜明的对照。假设我们不是通过复制经济,而是假定存在一个厂商的连续统,这个连续统与有限市场一样有着横截面分布特征(前面我们假定所有厂商是相同的,且规模报酬不变,而现在我们假定厂商是异质的)。为做到这一点,需用一个有着相同的成本函数的各厂商的非原子型连续统,来替代有限市场中的每个厂商。鉴于厂商不能观察到其他厂商的产出决策,我们进一步假设市场博弈是匿名的;各厂商惟一能观察到的是每一时期的市场价格。现在,在这个连续统模型中,单个厂商确实不能影响价格,因为其产量对总产出没有影响(单个厂商相对于整个市场而言可忽略不计,所以不能影响总产出)。结果,每个厂商视价格为既定。从中我们也可以很容易地看出,每一时期的均衡将是静态市场的标准价格接受型或完全竞争性的均衡。厂商不必担忧报复威

胁。厂商可随心所欲,不用害怕其偏离行为被察觉。事实上,这就是重复匿名博弈的反俗定理(Anti-Folk Theorem)(参见Jovanovic and Rosenthal,1988;Masso and Rosenthal,1989)。

这就揭示了连续统模型与厂商数量很大但却有限的博弈模型之间的根本差异。在连续统模型中,单个厂商不能影响均衡价格。而在厂商数量很大但却有限的模型中,无论市场被复制多少次,单个厂商的偏离行为都将导致均衡价格的一定变化,这个价格变化会触发一个惩罚阶段,在这一阶段上,每个厂商转向纳什—古诺均衡。单个厂商对均衡价格有一轻微的直接影响,因为其产出相对于市场规模较小。然而,均衡价格的细小变化对未来的博弈有较大的策略性影响,并且能够因此进一步影响未来的市场价格。

格林的洞见在于,串谋均衡不可能是强稳定的(robust)。实际上,许多随机和不可观察的因素不但影响厂商的行动,而且影响市场价格。一般说来,厂商不太可能从对市场价格的观察中获得足够的信息,并从而推断出是否某个厂商已偏离串谋均衡。如果信息传播渠道中存在足够多的噪声,厂商就可以背离串谋协议而不用担心被察觉。在这种情况下,极限原理可能重新生效。

格林(1980)详细讨论了复制的、匿名的、重复的博弈序列的极限性质,在这些博弈中,行为人可以观察到由个体行动所决定的充满噪声的公共信号。尽管这篇论文所研究的市场很特别,但它所建构出来的分析框架非常具有一般性,并适用于其他的重复博弈。萨布连(1990)曾应用了同一分析框架,在许多方面扩展了格林的分析,从而一般化了格林的结论。格林只考虑了由纳什反演策略(Nash reversion strategies)所证

实的均衡，并且只允许采取一些行为人的行动取决于公共信号的策略。萨布连的分析适用于一般均衡，而不仅是具有纳什反演策略的均衡，并允许策略选择不仅仅取决于过去的信号，还取决于行为人自己过去的行动。

在本章余下的四节里，我们主要是在具有限记忆假定的重复博弈框架里重新阐释格林和萨布连的分析。其目的在于证明一个类似于反俗定理的极限定理。这个定理将不仅适用于市场博弈，而且还适用于一般的重复博弈。这里的处理方法比格林(Green，1980)和萨布连(Sabourian，1990)更具限制性——笔者并不试图描述有限的连续统博弈的特征，讨论方法也略微不同——这里的讨论更直接、更具体。然而，潜在的思想却是相同的。读者要查到一个更优美的处理方法，可参见萨布连(1990)。

3.4 节和 3.5 节描述了一般分析框架。接着在 3.6 节中，笔者将推导出一个极限定理，并进而考察该定理对于动态博弈分析的含义。

3.4 重复博弈

一个有限的规范式博弈可用 $\Gamma=(N,X,u)$ 来表示，其中：

- $N=\{1,\cdots,n\}$ 是博弈者的集合；
- X_i 是博弈者 i 的(有限)策略集合，而 $X \equiv \times_{i=1}^{n} X_i$ 是所有博弈者策略组合的集合；
- $u_i: X \rightarrow \mathbf{R}$ 是博弈者 i 的得益函数，$u \equiv (u_1,\cdots,u_n)$ 是

整个博弈的得益函数。按照通常方式，博弈被扩展了以包含混合策略。令：

$$\Delta(X_i) \equiv \{p_i : X_i \to R_+ \mid \sum_{x_i \in X_i} p(x_i) = 1\}$$

表示混合策略集合，其中 $\Delta(X) \equiv \times_{i=1}^{n} \Delta X_i$。通过令：

$$u_i(p) = \sum_{x \in X} P(x) u_i(x)$$

可定义 $u_i : \Delta(X) \to \mathbf{R}$，其中 $p \equiv (p_1, \cdots, p_n)$，且 $P(x) \equiv \times_{i=1}^{n} p_i(x_i)$。

Γ 的一个纳什均衡是这样一个策略组合 p^*，使得对于任一博弈者 i 满足：

$$u_i(p^*) \geqslant u_i(p^*_{-i}, p_i), \forall p_i \in \Delta(X_i)$$

其中，p^*_{-i}表示除博弈者 i 以外所有其他博弈者的策略组合，并且$(p^*_{-i}, p_i) \equiv (p_1^*, \cdots, p_{i-1}^*, p_i, p_{i+1}^*, \cdots, p_n^*)$。纳什均衡集合由 $NE(\Gamma)$来表示。

一个重复博弈由一个有限博弈的无限次重复而构成，且博弈在一个时期序列 $t = 1, 2, 3, \cdots$内发生。每一时期博弈者可以观察到所有以前各期博弈的情况，并根据这些信息决定他在当期博弈中应该采取的行动。重复博弈中的得益是所有各阶段博弈序列得益的现值。

令 Γ^∞表示有限阶段博弈 Γ 的可数次重复。博弈发生的各个时期用集合 $T = \{1, 2, \cdots\}$表示。在时期 t，博弈的历史信息是一个(纯)策略组合的有限序列$\{x_s\}_{s=1}^{t}$，$\{x_s\}_{s=1}^{t}$包含于集合 X。令 H 表示博弈的历史信息集合，包含空集 $\emptyset$。那么博弈者 i 的策略是这样一个函数 $f_i : H \to \Delta(X_i)$，即 $f_i(h) \in \Delta(X_i)$是博弈者 i 在历史信息集合 h 下于阶段博弈 Γ 中的

混合策略。重复博弈的一个策略组合为函数 $f: H \to \Delta(X)$。令 F_i 表示博弈者 i 的策略集合,并令 $F = \times_{i=1}^{n} F_i$ 表示策略组合的集合。对于每一策略组合 f 存在一条惟一的路径 $\xi(f) = \{\xi_t(f)\}$。如果博弈者选择混合(行为)策略,那么这一路径就是随机的,且有一个概率分布 μ_f。对于每一个 f,通过令:

$$U(f) = E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u(\xi_t(f))\right] \tag{3.8}$$

我们可以对得益函数进行定义。其中 $\delta \in (0,1)$ 是所有博弈者的共同贴现因子,期望算子 $E[\cdot]$ 与 μ_f 有关。

Γ^{∞} 的一个纳什均衡是策略组合 f^*,使得对于每个博弈者 i 和任一策略 f_i,有:

$$U_i(f^*) \geq U(f_{-i}^*, f_i)$$

对于每个固定的历史信息集合 h 和策略 f,通过令:

$$(f \mid h)(h') = f(h, h')$$

我们定义了一个新的策略 $f \mid h$。如果对于每个 h,$f^* \mid h$ 是一个纳什均衡,那么我们就可以称 f^* 为一个子博弈完美均衡(SPE)。

3.5 有限记忆

在本节中,笔者扩展了重复博弈的分析框架,以允许存在这种可能性:博弈者不能根据博弈的准确历史信息来决定其行为。这可能是有限理性、有限记忆或某个其他对标准模型假定的偏离的结果。

令 S 为博弈的记忆状态集合。这些状态表示博弈者所能记住的有关博弈历史的信息,它们对行为人的策略或得益没有任何直接影响。记忆状态的惟一作用在于使得博弈者能够根据过去博弈的一些有限信息来决定他们的行动。S 被假定为一个公制空间。测度空间$(S,\mathscr{B}(S),\lambda)$是这样构成的:在 S 上给定一个由 S 的波莱尔集合与一个具有 σ-可加的正测度 λ 构成的 σ-域 $\mathscr{B}(S)$。(要了解有关定义及标准结论,可参考任何有关概率论和测度论的教材,如 Billingsley,1985)。

记忆状态的演化是通过一个转换概率函数由博弈过程决定的。给定每一行动组合 x 和记忆状态 s,在下一期间中记忆状态的概率分布由 $\psi(x,s)$给出。ψ 具有如下性质:

- $\psi: X\times S\rightarrow\Delta(S)$,其中 $\Delta(S)$基于$(S,\mathscr{B}(S))$的概率测度集合。
- 对于任何可测度集合 $A\in\mathscr{B}(S)$,$\psi(A\mid x,s)$是(x,s)的一个可测函数。

博弈的初始记忆状态 s_1 假定为不变。

有限记忆条件下的重复博弈 $\Gamma_L^\infty(s_1)$可由重复博弈 Γ^∞ 以及记忆状态的测度空间$(S,\mathscr{B}(S),\lambda)$、转换概率函数 ψ 和初始记忆状态 s_1 来定义。规范地说,这一博弈是个随机博弈,但它是一种退化了的随机博弈,因为博弈的记忆状态不能影响其得益或可用策略的集合,它们类似于相关均衡模型中的“太阳黑子”。

通过定义,有限记忆假定下的博弈的所有策略均具有很强的马尔可夫性质:随机博弈的策略组合是一个可测度的函数 $f:S\rightarrow\Delta(X)$。换言之,在阶段博弈 Γ 中所选择的策略组合仅是博弈当期记忆状态的函数。策略 f 与转换概率函数 ψ

一起定义了一个随机过程 $\xi(f)=\{\xi_t(f)\}_{t=1}^{\infty}$，而得益函数 U 可以按与(3.8)式相同的方式来定义。随机博弈 Γ_L^{∞} 的一个马尔可夫完美均衡(MPE)是一个马尔可夫策略组合 f^*，使得对于任一时期和记忆状态 s，策略 f^* 是博弈 $\Gamma_L^{\infty}(s)$ 的一个纳什均衡。

马尔可夫完美均衡

随机博弈的 MPE 似乎有些特殊，但实际上，只要记忆状态空间 S 和转换概率 ψ 被适当定义，集中研究 MPE 在本质上并不会失去一般性。前面提过，记忆状态对阶段博弈 Γ 不存在任何实质性的影响，它们仅仅是"太阳黑子"。因此我们可以利用它们来传递有关过去博弈的信息。如果这一点做得比较合适，那么重复博弈的任意一个 SPE 都可复制为随机博弈的一个 MPE。

定理 7 假设 f^* 是重复博弈 Γ^{∞} 的一个 SPE，考虑随机博弈 $\Gamma_L^{\infty}(s_1)$，其中 $S\equiv H, s_1=\varnothing, F$ 是"确定性的"转换概率函数，对于任何 (h',x,h)，F 由下式定义：

$$\psi(h' \mid x,h)=\begin{cases}1, & 当\ h'=(h,x)\\ 0, & 其他情形\end{cases}$$

那么，对于每个记忆状态 $h\in H$，令 $g^*(h)=f^*(h)$，我们可以定义随机博弈 $\Gamma_L^{\infty}(s_1)$ 的一个马尔可夫完美均衡 g^*。

证明 定理 7 的阐述本身几乎就是该定理的证明。指出以下这点就够了：对于每个记忆状态 h，与 g^* 相关的得益与记忆状态 h 之后的重复博弈的得益是相同的。■

这里请注意，该定理中的特定状态空间和转换概率并不是不可或缺的。只要 S(至少)是可数的无限集合，且转换概

率函数是可逆的，定理7就仍然成立。关键在于这一博弈结构使得我们能够破解记忆状态集合中的历史信息。

定理7表明如果记忆状态空间适当扩张，马尔可夫假定就不能简化均衡集合。这一点说明，在当前分析框架下作出马尔可夫假定是不失一般性的。

虽然定理7表明我们能够将重复博弈的SPE复制为一个有限记忆假定下的博弈的MPE，但复制要求存在一个庞大的记忆状态空间。这些策略具有马尔可夫性质这一事实并不意味着当记忆状态空间很大时，它们是一些简单的策略。实际上，行为人能够应用基于如此复杂的记忆状态空间的策略似乎是不可能的。即使他们有能力应用这些策略，他们又如何确定均衡策略呢？为了理解行为人的理性（从事复杂计算的能力）是有限的，对记忆状态空间进行限制不失为一种自然而颇有吸引力的方法。

展示“有限理性”的一种方法是假定 S 是有限的。这个假定包含大量作为特例的众所周知的有限理性模型。格林（1982）和鲁宾斯坦（1986）引入的一个例子是有限自动机（finite automaton），即有限状态的机器。代表博弈者 i 的有限自动机拥有有限数量的记忆状态，由集合 S_i 表示，其策略（产出）由函数 $f_i: S_i \to X_i$ 表示。博弈者的记忆状态根据一个法则（转换函数）$g_i: S_i \times X \to S_i$ 而演化。总之，如果博弈者 i 在时期 t 的记忆状态为 s_i，行动组合为 x，那么他在时期 $t+1$ 的记忆状态将是 $s_i' = g_i(s_i, x)$。f_i 和 g_i 均被视为内生的——换言之，选择这两者以满足均衡条件。实际上，记忆状态集合被限定在尽可能小的范围之内。这类分析的好处在于可以考察哪种均衡能被非常简单的策略所证实。

为证明有限自动机是当前分析框架的一个特例，我们将记忆状态简单定义为行为人（或机器）的状态的 n 元有序数组，也就是说，令 $s=(s_1,\cdots,s_n)$，并用函数 $g=(g_1,\cdots,g_n)$ 来定义（确定性的）转换概率函数 ψ：

$$\psi(s' \mid x,s)=\begin{cases}1, & \text{当 } s'=g(s,x)\\ 0, & \text{其他情形}\end{cases}$$

只要我们还记得策略 f_i 仅取决于元素 s_i，我们就可将其视为 s 的一个函数。

有限理性的另一个模型假定博弈者只有有限的记忆。有限记忆的假定比有限记忆空间 S 的假定更具限制性。一个只拥有有限记忆的行为人仅能记住最近有限几期所发生的事情。这意味着所采用的策略只取决于有限几期博弈的历史信息。例如，博弈者 i 在时期 t 的策略将是过去 T 期内博弈的历史信息的函数 $f_i(x_{t-T},\cdots,x_{t-1})$。这时，我们令 $S=X\times\cdots\times X$，并通过下式定义转换概率函数：

$$\psi(s' \mid x,s)=\begin{cases}1, & \text{当 } s'=(x_{t-T+1},\cdots,x_{t-1},x)\\ & \text{且 } s=(x_{t-T},\cdots,x_{t-1})\\ 0, & \text{其他情形}\end{cases}$$

显然，这是早先描述的分析框架的一个变种，在那里，我们令 $S=H$。在奥曼和索林（Aumann and Sorin, 1989）的有限记忆模型中，他们研究了两人协调博弈的合作问题。博弈者的行动被假定为取决于他们对手在过去有限几期博弈中所采取的行动。这意味着对均衡行为的任何偏离最终会被博弈对手忘记，从而使得博弈者可以试图偏离均衡策略而不必担心持久的惩罚。在奥曼—索林模型中有一点是比较重要的：博弈者并不根据他们自己过去的博弈行为决定其当期的行

动。如果他们确实根据自己过去的行为决定当前的策略，他们可将其在上一期作出惩罚这一事实作为在本期再次对偏离行为进行惩罚的信号。通过这种方式，博弈者自己过去的行动就可作为对其博弈对手的偏离行为的一种持久的提醒，而这将削弱有限记忆假定的影响。

这两个例子表明当前的分析框架与我们所熟悉的有限理性模型是相容的，但它比这些研究个体行为的模型更具一般性。一个有限记忆空间比奥曼和索林所使用的有限记忆的限制性更弱，因为它允许存在无限次的惩罚。一个有限记忆空间也比有限自动机模型的限制性更弱，因为它允许策略和随机性的相互关联。

3.6 多方匿名博弈

令 Γ 表示一个有限的 n 个博弈者的博弈。如果 Γ 满足如下条件，我们就说该博弈是匿名的。首先，博弈者有相同的策略集合：

$$X_i = X, \text{对于所有 } i = 1,2,\cdots,n$$

其次，博弈者的得益仅取决于他自己的策略以及其他博弈者所选择策略的分布：

$$u_i : X \times \Delta(X) \to \mathbf{R}, \text{对于所有 } i = 1,2,\cdots,n$$

如果博弈者 i 选择 x_i 而博弈者 $j \neq i$ 的策略由 μ_{-i} 表示，那么博弈者 i 的得益就是 $u_i(x_i, \mu_{-i})$。换句话说，哪个博弈者选择哪个策略并不重要。只是有多少个博弈者 $j \neq i$ 选择一个特定策略很重要。请注意，由于只有 n 个博弈者，并非

集合 $\Delta(X)$的所有分布都对应于其他博弈者的可行选择。因为后面我们将假定博弈者的数量 n 非常大,并且是可变的,所以假定得益函数 u_i 是在所有的 $\Delta(X)$上定义的就很便利了。

如果转换概率函数是匿名的,相应的具有有限记忆的重复博弈 $\Gamma_L^{\infty}(s_1)$也将是匿名的,从这个意义上讲,该博弈只是取决于博弈者所选择的策略的分布,而不是取决于策略组合:

$$\psi: S \times \Delta(X) \rightarrow \Delta(S)$$

引入匿名性的目的在于给出一个简单的分析框架,应用这个框架,我们可以分析当博弈者的数量变得很大时,单个博弈者的行动对博弈序贯过程的影响。这里亦请注意,当博弈者的数量 n 无限增大时,记忆空间 S 将被视为既定的。如果记忆空间 S 被限定于一个合适的范围内,且博弈者的数量很大,那么,在集体记忆中就不存在足够的信息,以使得大多数博弈者均起到关键性的(pivotal)作用。在本章末尾,我们将继续讨论这一问题。

实际上,我们要将这一分析应用于具有有限记忆的重复博弈,但首先我们考虑一个特例,这个例子包含了所有我们想知道的有关有限记忆下的重复博弈的信息。

主要引理

假定一个有限对称博弈 Γ 后面紧跟着另一博弈,后者产生的得益仅取决于由前一博弈过程所决定的状态。如果状态用 s 表示,那么博弈者 i 的得益可表示为 $v_i(s)$,而得益函数则为 $v=(v_1,\cdots,v_n)$。如果第一个博弈过程产生的行动组合为 x(概率为 μ),那么这两个博弈的交互作用所产生的得益可由下式表示:

$$u_i(x_i,\mu_{-i}) + \delta\int v_i(s)\mathrm{d}\psi(\mu,s_1)$$

当然，除非所有的博弈者都选择纯策略，当博弈者 i 选择 x_i 时，他并不知道 μ 的值为多少。如果考虑混合策略的话，当博弈者 i 选择 x_i 时，我们假设 F_i 是 μ 的概率分布，那么博弈者 i 从后续博弈中获得的得益可表示为：

$$\pi_i = \iint v_i(s)\mathrm{d}\psi(\mu,s_1)\mathrm{d}F_i$$

我们想证明的是，在某些条件下，当博弈者的数量变得无限大时，博弈者 i 从后续博弈中获得的得益独立于其当期选择的策略 x_i。为证明这一点，首先我们必须定义一个博弈者数量不断递增的博弈序列及其均衡。一个博弈递增序列(increasing sequence of games)由以下几点来定义：

- 一个有限的策略集合 X；
- 一个博弈者序列 $i=1,2,\cdots$；
- 对于每个 $i=1,2,\cdots$，存在一个个体得益函数序列 $u_i: X\times\Delta(X)\rightarrow\mathbf{R}$；
- 一个对称的转换概率函数 $\psi:\Delta(X)\times S\rightarrow\Delta(S)$；
- 一个可测度的后续得益函数序列 $v^n: S\rightarrow\mathbf{R}^n$。

对于每个 n，该博弈由博弈者的集合$\{1,\cdots,n\}$组成，得益函数为：

$$U_i^n(x_i,\mu_{-i}) = u_i(x_i,\mu_{-i}) + \delta\int v_i^n(s)\mathrm{d}\psi(\mu,s_1)$$

我们对该博弈序列施加如下假定：

- 后续得益函数序列$\{v_i^n\}$始终是有界的，即对于某个 B 和所有的 n 来说，有$|v_i^n|\leqslant B$。
- 假定转换概率函数 ψ 充满噪声，也就是说，对于任一

(s,μ)，$\psi(s,\mu)$始终是绝对连续的。更精确地说，如果 λ 是对集合 S 的测度，那么对于某个常数 K 和任何$(s,\mu)\in S\times\Delta(X)$，有：

$$\psi(s,\mu)(A)\leqslant K\lambda(A)$$

其中，A 为包含在 S 中的任何可测度的集合。

- ψ 是弱连续的，即对于任何收敛于(s^0,μ^0)的序列$\{(s^n,\mu^n)\}$，$\psi(s^n,\mu^n)$弱收敛于 $\psi(s^0,\mu^0)$（见 Billingsley，1985，第 335 页以及下列等等）。

给定任一博弈者 i，考虑两个可能的纯策略 x_{i0}和 x_{i1}。对于每个 n，其他博弈者的均衡策略决定了行动组合上的一个概率分布。令 $F_{ij}^n\in\Delta(X)$表示对应于博弈者 i 选择 x_{ij}时其行动组合的概率分布，其中 $j=0,1$。令 π_{ij}^n表示在第 n 个博弈中博弈者 i 选择 x_{ij}时的后续得益，即：

$$\pi_{ij}^n=\iint v_i^n(s)\mathrm{d}\psi(\mu,s_1)\mathrm{d}F_{ij}^n$$

我们想计算出当 $n\to\infty$时 $\pi_{i0}^n-\pi_{i1}^n$的极限差。

为定义一个极限均衡，我们必须假定：

- 在$[\lambda]$测度下，$v_i^n\to v_i^0$ 几乎处处成立；
- 对于 $j=0,1$，$F_{ij}^n\to F_i^0$。

注意第二个假定意味着在极限处，概率分布独立于博弈者 1 选择的策略。既然在极限处博弈者的数量无穷大，这一结论是显而易见的。因此，这一假定的惟一真正作用在于使得概率分布 F_{ij}^n收敛于“某一点”。

给定这些假定条件，我们最终就可以证明，行为人 i 的行动对其在后续博弈中得益的影响可以忽略不计。因此，他在当前阶段的博弈中必须选择一个最优回应方式。下面的引理

对这一结论进行了程式化：

引理 8 在上述假定下，当 $n\to\infty$ 时，$(\pi_{i0}^{0}-\pi_{i1}^{n})\to 0$。

证明 因为：

$$\iint v_i^n(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_i^0(\mathrm{d}\mu)$$

$$=\iint(v_i^n(s)-v_i^0(s))\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-$$

$$\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)(F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-F_i^0(\mathrm{d}\mu))$$

所以有：

$$\left|\iint v_i^n(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_i^0(\mathrm{d}\mu)\right|$$

$$=\iint\left|v_i^n(s)-v_i^0(s)\right|\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)+$$

$$\left|\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)(F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-F_i^0(\mathrm{d}\mu))\right|$$

根据埃戈罗夫(Egoroff)定理(Roydon, 1988, 第 73 页, 习题 30)，我们知道 v_i^n 几乎一致地收敛于 v_i^0，即对于任意 $\epsilon>0$，存在一个集合 $A\subset S$，使得 $\lambda(A)\leqslant\epsilon$，且在集合 $S\setminus A$ 中，v_i^n 一致收敛于 v_i^0。选择一个 N_1，使得对于所有 $n\geqslant N_1$ 和 $s\in S\setminus A$，有：

$$\left|v_i^n(s)-v_i^0(s)\right|\leqslant\epsilon$$

给定 $s\in A$，我们知道，对于所有的 n，满足 $\left|v_i^n(s)-v_i^0(s)\right|\leqslant B$，所以，当 $n\geqslant N_1$ 时，有：

$$\iint\left|v_i^n(s)-v_i^0(s)\right|\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)\leqslant\epsilon+BK\epsilon$$

根据卢辛(Lusin)定理(Halmos, 1974, 第 242 页)，v_i^0 几乎

是连续的，也就是说，存在一个紧集 $C\subset S$，满足 $\lambda(S\setminus C)\leqslant\varepsilon$，且在集合 C 中，v_i^0 是连续的。因此，根据弱收敛性的定义及 F_{ij}^n弱收敛于 F_i^0 这一事实，存在一个数 N_2，使得对于所有 $n\geqslant N_2$，有：

$$\left|\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)(F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-F_i^0(\mathrm{d}\mu))\right|$$

$$\leqslant\left|\iint_C v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)(F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-F_i^0(\mathrm{d}\mu))\right|+$$

$$\left|\iint_{S\setminus C} v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)(F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-F_i^0(\mathrm{d}\mu))\right|$$

$$\leqslant\varepsilon+BK\varepsilon$$

合并上述两个不等式，我们得到，对于 $n\geqslant N=\max\{N_1,N_2\}$，有：

$$\left|\iint v_i^n(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_{ij}^n(\mathrm{d}\mu)-\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_i^0(\mathrm{d}\mu)\right|$$

$$\leqslant 2(\varepsilon+BK\varepsilon)$$

考虑 ε 的任意性，对于 $j=0,1$，当 $n\to\infty$时，有：

$$\pi_{ij}^n\to\pi_i^0\equiv\iint v_i^0(s)\psi(\mathrm{d}s\mid s_1,\mu)F_i^0(\mathrm{d}\mu)\blacksquare$$

引理 8 的证明旨在具有解释性，而非具有有效性。特别令人感兴趣的是，我们可以看到应用于函数分析的三个定理中的两个——埃戈罗夫定理和卢辛定理——在引理 8 的证明中是如何发挥作用的。毋庸赘言，整个证明可以仅由单一的连续性假设代替，但这样做的结果是失去了相当的解释性。

萨布连(Sabourian,1990)曾在一篇文章中将其核心证明技巧概括如下：

证明基于以下几点：

(a)证明在任何有限个博弈者的重复博弈中，在任一期间，通过偏离重复博弈的任何纳什均衡路径，一个博弈者能够获得的最大收益由一个乘积项给出其上界，这个乘积项由一个常数和发生偏离时随机结果的概率分布与不发生偏离时随机结果的概率分布之(公制的)差所构成(当使用总变差标准时)；

(b)证明匿名性与连续性的假设意味着当博弈者的数量变得很大时，上述两个概率分布的差趋近于零；

(c)应用斯科罗霍德的嵌入定理(Skorohod's embedding theorem，经常应用于核理论)构建一个收敛于连续统的有限博弈者的博弈序列(Sabourian，1990，第95—96页)。

引理8对应于这一证明策略的(a)和(b)两个部分。不进一步落实(c)部分，我们就不能定义一个极限博弈，或更准确地说，不能保证极限原理在这个分析框架中成立。然而，从直觉上说，有一点是非常明显的：给定任一记忆状态 s，在极限处，每个博弈者都会选择一个在当前阶段的博弈中是最优回应的行动策略。在这个意义上，我们预期能够观察到的是这样一个行动组合，该行动组合在每一时期 t 和每一记忆状态 s 中构成这一阶段博弈的一个纳什均衡。这表明(在极限处)均衡包含许多与我们的分析相关的不同特点：

- 在任一时期 t 和任一记忆状态 s 中，行为人选择其行动时并不考虑他的行动对未来博弈的可能影响。这是因为，渐进地，他的行动对下一个记忆状态的影响是微不足道的，所以对未来博弈的影响也可以忽略不计。

- 尽管均衡不具有马尔可夫性质(行为人的策略不仅依赖于他们自己的行动,可能还依赖于全部公共信号的历史信息),但它的确与马尔可夫均衡有共同的关键特征,即排除掉了基于个别博弈者的偏离行为的惩罚策略。通过阻止对记忆的任何依赖,马尔可夫策略排除了惩罚策略;这里,我们通过限制对总量信号的依赖获得了相同的结果,并确保当个体博弈者的影响微乎其微时这种依赖性是连续的。
- 然而,这并不意味着记忆状态不重要。记忆状态可看作为一种相关装置,且独立于行为人行动的记忆状态的随机演化会产生"太阳黑子现象"。根据奥曼(1974)的分析,随着时间的变化,我们所观察到的现象等同于一个相关均衡。

通过引入(a)少量的噪声和(b)一个足够小的记忆空间,我们证实了所谓的连续性原理,即当行为人的数量变得无穷大时,单个行为人的行动对博弈有一个逐渐消散的很小影响。这些正是我们证明在第2章中所采用的那些条件所必需的假定。

3.7 非匿名博弈

尽管对于许多市场博弈模型来说,匿名性似乎是一个很自然的假定,但它也具有很强的限制性。首先,"匿名性"是我们想从市场博弈结构的研究中获得,而不是通过假定强加于市场博弈的内生性质之一。其次,匿名性通过把行为人的行

动加总为一个决定博弈的记忆状态演化的概率分布而减少了记忆空间的维度。扩展状态空间的维度可能会改变结论。前面分析的第三个限制条件本质上并非源自匿名性，但却与之有关：为推导出极限原理，我们必须假定转换概率函数始终是绝对连续的。更通俗地说，这表明，引入记忆状态的噪声对经济的影响程度相对于个体行为人而言变得更大了。虽然这不直接意味着个体行为人的行动是无足轻重的，但却有这个嫌疑。特别是，分析在引入少量的不确定性后是否会出现这种情况，将会是很有意思的。

本节采用了另一种方法来检验从匿名博弈中所获得的结论的普适性。其基本思想源自一篇关于机制设计和公益品(public good)供给的文献中的一个相关问题。

公益品供给中的连续性

假设某个社群中有 n 个成员($i=1,\cdots,n$)。这个社群必须决定是否实施一个供给公益品的方案。该方案是不可分割的，因而不失一般性，我们可以假定公益品的总量为 0 或 1。行为人对货币的偏好是线性的。这样我们可以对效用函数进行程式化：如果公益品被供给，每个成员获得的得益为 $v-p$，其中，v 是一单位公益品的价值，而 p 为成员个体为公益品的供给所作的贡献。如果公益品没有被供给，每个成员获得的得益为 0。

依据分配给公益品的价值，可区分出两类成员。某些成员从公益品中获得的效用为 v_H，而另一些成员获得的效用为 v_L，其中 $0<v_L<v_H$。各成员在事前是完全相同的，且有各自独立的概率分布类型，公益品的价值以 $0<\alpha<1$ 的概率获

得较高的估价。该公益品的总成本为 nc，其中，

$$v_L < c < (1-\alpha)v_L + \alpha v_H$$

换言之，公益品的平均成本大于较低的估价（v_L），因此，对某个对公益品估价较低的行为人而言，如果他必须支付公益品的平均成本，那么他将不要该公益品；但对于一个典型的行为人而言，他对公益品的期望值大于其平均成本，因此，在事前提供公益品是有效率的。

我们假定所有社群成员可以选择不加入该方案：如果要求他们对该物品的贡献大于他们对其的估价，他们可以拒绝参与这个方案。

令 v_i 表示行为人 i 的估价，p_i 表示行为人 i 的贡献，x 表示公益品的供给量。公益品的供给机制是这样一个函数，这个函数将信息组合（$v_1, \cdots, v_n$）转化为一个关于公益品的供给决策 $x=0,1$ 以及一个行为人的贡献组合（$p_1, \cdots, p_n$），该贡献组合满足 $\sum_{i=1}^{n} p_i \geqslant xnc$。对于所有行为人 i，个体理性约束要求 $v_i - p_i \geqslant 0$，其中 v_i 是行为人 i 的实际估价。根据显示原理（Revelation Principle）（例如，参见 Myerson，1991，第260页），我们只考察说真话均衡（truth-telling equilibria）。公益品供给机制的设计者所面临的问题是，给定个体理性约束，行为人可能会隐瞒自己的真实偏好，谎报一个较低的估价以使自己分派到的贡献较低。如果通过放弃参与权行为人可以避免任何支出，为什么他们还会想加入到这个公益品的供给中去呢？答案在于每个成员在决定是否提供公益品时都将自己视为关键人物。我们可以通过一个简单的例子来表明这一点。

假设只存在两个行为人 $i=1,2$。如果这两个成员对公益品的评价值均较低,就不值得供给该公益品;如果他们对公益品的估价均较高,那就值得供给该公益品;如果一个成员有较高的估价,而另一个成员有较低的估价,那么当:

$$2c < v_L + v_H$$

成立时(这一不等式在后面的讨论中均假定成立),该公益品就值得供给。考虑如下的供给机制:

- 如果两个成员都宣称其估价较低,该公益品就不会被供给,各成员也不会作出任何贡献;
- 如果这两个成员均报出较高的估价,该公益品就会被供给,且每个人的支出 $c < v_H$;
- 如果一个成员的估价较高,另一个成员的估价较低,该公益品也会被供给,宣布较低估价的成员支出 v_L,宣布较高估价的成员支出 $2c - v_L$。

通过让低估价的行为人的最大支出与其个体理性约束相符,我们尽可能放松了说真话机制的激励约束。如果所有成员均讲真话,那么这个机制就是完全可行的,对每个行为人而言也是理性的,并且是有效率的。接下来我们考察促使每个成员说真话的激励机制。

如果一个行为人拥有低估价,那么他报出高估价对他而言是不利的。充其量这会在不改变公益品供给的情况下提高他的贡献;最坏的情况是,这将增大其贡献值并导致公益品的无效率的供给。因此,假定行为人拥有高估价而考虑谎报低估价。如果其他成员报出高估价,报出低估价就不会改变公益品的供给决策,但却会降低其贡献值。如果其他成员报的是低估价,该行为人报出低估价就会确保公益品不会被供给,

这样也减少了其得益。因此，在减少其贡献与降低公益品供给可能性之间存在一个替代关系。该行为人知道，在某些状态下，他在决定公益品的供给方面扮演着关键人物的角色，这会规约着他，以使得他不敢谎报其估价。

当真实估价为 v_H 时，从谎报低估价的行为中获得的得益是：

$$\alpha(v_H - v_L)$$

而说真话时的得益是：

$$v_H - (1-\alpha)(2c - v_L) - \alpha c$$

那么激励约束为：

$$\alpha(v_H - v_L) \leqslant v_H - (1-\alpha)(2c - v_L) - \alpha c)$$

或：

$$(1-\alpha)v_H + v_L \geqslant (2-\alpha)c$$

如果剩余较多而 α 值不大，那么这个约束条件是满足的。例如，如果 $\alpha = 1$，那么激励约束与 $v_L < c$ 的假定显然是不相容的。

然而，对于少数行为人成立的事实对于多数行为人来说可能并不成立。当博弈者人数更多时，只要拥有高估价的行为人的比例至少为 α，供给公益品就是有效率的。单个行为人的报价不会对整个报价的分布产生很大影响，所以直观上该行为人成为关键人物的可能性是很小的。当行为人的数量很大时，大数定律保证拥有高估价的行为人的比例以较高的概率趋近于 α，因此，如果行为人说真话，公益品将以接近于 1 的概率被生产出来。拥有高估价的行为人谎报其估价的诱惑是很强的。实际上，可以很容易地看出，正如有效性所要求

的那样，公益品不会以等于 1 的概率被供给。然而，除了这个显而易见的事实外，很难准确地说还将有什么其他结论。只要某个行为人认为自己是关键人物，他就有激励讲真话。而且，对于任何很大但却有限的数 n，某些行为人可能会成为关键人物。所不明显的是，有多少行为人能够成为关键人物以及可能供给多少公益品。

梅拉思和波斯特尔韦特(Mailath and Postlewaite，1990)研究了这个问题。他们证明，对于任何个体理性和激励相容机制，当数 n 为无穷大时，公益品的供给概率收敛于 0。这个结论的证明中最重要的一环涉及一个引理，这一引理表明，当数 n 趋近于无穷大时，几乎所有的行为人都是无足轻重的。对这个引理的一个相当完美的证明见梅拉思和波斯特尔韦特(1990)的文章附录，他们将其归功于这篇文章的一位审稿人。在下文中，笔者将审稿人的结论应用于博弈论，以证明即使在非对称的(匿名的)博弈中，当博弈者的数量变得无穷大时，对于几乎所有的行为人而言，连续性原理是成立的。

审稿人引理

假设存在一个可数的博弈者序列 $i=1,2,\cdots$，且每个博弈者有一个有限的行动集合 X_i。对于任意的数 n，我们定义博弈 Γ^n 由前 n 个博弈者 $i=1,\cdots,n$ 构成。没有匿名性假定，一个既定博弈者的得益函数随着博弈者数量的变化而变化。令 u_i^n 是定义在 $X^n \equiv X_1 \times \cdots \times X_n$ 上的一个实际估价函数，令 $u^n \equiv (u_1^n,\cdots,u_n^n)$ 为 Γ^n 的得益函数。

如前所述，对于每个 $i \leqslant n$ 和 $n=1,2,\cdots$，后续博弈的得益可由得益函数 $v_i^n: S \to \mathbf{R}$ 表示。

记忆状态的演化由转换概率函数 $\psi^n: X^n \to \Delta(S)$所决定，其中初始状态被隐去了，因为在下面的讨论中，初始状态被假定固定不变。我们假设 S 为(包含于)一个巴拿赫空间(Banach space)*(参见 Royden, 1988, 第217页)。

对于每个 n，均衡策略的分布函数为 $F^n \in \Delta(X^n)$。

现在考虑一个满足如下条件的博弈序列以及相应的均衡：

- v_i^n 是一个可测度的函数，并且对于每个 i，逐点极限 $\lim_{n\to\infty} v_i^n = v_i^0$ 也是一个可测度的函数；
- 当 $\Delta(S)$被赋予弱收敛的拓扑结构时，对于每个 n，函数 ψ^n 是连续的；而且，因为对于任意收敛于 x^0 的序列$\{x^n\}$，有 $\psi^n(x^n)$弱收敛于 $\psi^0(x^0)$，所以 $\lim_{n\to\infty} \psi^n = \psi^0$；
- 存在一个 $X^0 = X_1 \times X_2 \times \cdots$ 上的分布函数 F^0，使得 F^n 的边际分布收敛于 F^0 的边际分布。

我们的兴趣首先在于由 F^0 表示的极限“均衡”。博弈者所采用的策略的独立性意味着对于每个 n，有：

$$F^n = \times_{i=1}^{n} F_i^n$$

因此，在极限处，我们得到：

$$F^0 = \times_{i=1}^{\infty} F_i^0$$

我们可将 F_i^0 的边际分布视为博弈者 i 的混合策略的概率分布。令$(\Omega, \mathscr{B}(\Omega), P)$为一个概率测度空间，对于每个 i，令 x_i

* “巴拿赫空间”以波兰数学家斯蒂芬·巴拿赫(Stefan Banach)(1892—1945)而命名。——译者注

为一个定义于$(\Omega,\mathscr{B}(\Omega),P)$上的随机变量,其取值空间为集合 X_i,边际分布为 F_i^0。类似地,令 y 为一个定义于$(\Omega,\mathscr{B}(\Omega),P)$之上的随机变量,其取值空间为集合 S,且有一个给定的分布 $\psi^0\circ F^0$。接着定义随机变量 y_i 是以博弈者 i 的混合策略 x_i 为条件的记忆状态 y 的条件期望:

$$y_i = E[y \mid x_i]$$

通过令:

$$\bar{y}_i = \frac{y_i}{E[(y_i)^2]}$$

将随机变量 y_i 程式化,使得 $E[(\bar{y}_i)^2]=1$ 和 $E[y_i]=E[y]$。不失一般性,我们可以程式化 y,以使得在下文中 $E[y]=0$,所以对于每个 i,有 $E[y_i]=0$。

现在,每一随机变量 y_i 都不尽相同这一点对于我们下面的讨论是非常重要的。为保证这一点,随机变量必须是非退化的。有两种方法可以做到这一点。首先,如果 x_i 是退化的,那么,当然 y_i 也将是退化的。因此我们必须假定 x_i 是非退化的。然而,即使 x_i 是非退化的,如果 x_i 并不影响 y,仍有可能存在 $y_i=0$。但是,既然我们想证明 x_i 对 y 没有影响,假定这种情况不发生也不失一般性。等效地,我们可不考虑那些 $y_i=0$ 的行为人的情况。因此关键假定是:x_i 是非退化的,即 x_i 不是一个纯策略。

可以很容易地看出为什么必须排除纯策略。假设:

$$X_i = \{0,1\}, \forall i$$

$$s = \{0,1\}$$

$$\psi^0(x) = \max_i\{x_i\}, \forall x \in X^\infty$$

并且,对于某个大数 M,有:

$$v_i^0(s) = - sM$$

那么,对于所有 i,通过选择一个足够大的数 M,可以很容易地支持选择策略 $x_i^* = 0$。对于单个博弈者而言,任何偏离 $x_i^* = 0$ 的行为将使该博弈者面临严厉惩罚,以致抵消其所有短期收益。尽管存在一个无穷大数量的博弈者,但每个博弈者认为自己为关键人物,正是这一感觉支持 $x_i^* = 0$ 的选择成为一个均衡。

请注意,甚至少量的不确定性也将推翻这一均衡。例如,假设我们借助于泽尔腾(Selten ,1975)的“颤抖的手”原理来检验这一均衡的稳定性。我们通过要求每个行为人对每个纯策略赋予的权重至少为 $\varepsilon > 0$ 的概率来引入较小的“颤抖”。不管 ε 有多小,选择 $x_i = 1$ 策略的行为人的人数以等于 1 的概率趋向无穷大。以这种方式使每个博弈者成为关键人物使得每一博弈者均处于灾难的边缘,以至于少量的不确定性就会推翻上述均衡。同样地,如果博弈者选择一个混合策略,那么以等于 1 的概率有 $\max\{x_i\} = 1$,因而再次得到个别博弈者的行动对博弈没有任何影响。

这里还需注意的是,在匿名博弈中起作用的只有博弈者行动的概率分布,“颤抖的手”的影响在极限处会消失。根据大数定律,行为人选择每一个策略的比例几乎一定是固定不变的。因此由“颤抖的手”引入的不确定性在前一节中将不足以产生合意的结果。然而,在下面的讨论中却不然。因而笔者假定对于某个 $\varepsilon > 0$ 和所有的 i,由 F_i^0 赋予每个策略的概率至少为 ε:

$$P[x_i = \xi] \geq \varepsilon, \forall \xi \in X_i$$

既然博弈者 i 的策略赋予每一行动(纯策略)以正的概

率，因此，存在一个明确定义的以博弈者 i 的任意行动选择为条件的状态期望。这使得我们可以了解博弈者 i 的任何行动选择对后续得益的影响，并确定博弈者 i 是否为关键人物。

由于随机变量 x_i 是独立的，随机变量 y_i 也是独立的，如果我们假定 y_i 是非退化的——即不等于 0——那么，$\{\bar{y}_i\}$ 的所有元素都是分立的(distinct)。

令随机变量 $\{\bar{y}_i\}$ 和 y 为 $L^2((\Omega,\mathscr{B}(\Omega),P),S)$——即从 $(\Omega,\mathscr{B}(\Omega),P)$ 到 S 的平方可积函数的线性空间——的元素(其数理基础见 Royden，1998，第 245 页等等)，则内积可定义为：

$$x \cdot y = \int xy\mathrm{d}P$$

L^2 是一个希尔伯特空间(Hilbert space)*，$\{\bar{y}_i\}$ 为一个标准正交系统，即 $\{\bar{y}_i\}$ 的元素是正交的：

$$\bar{y}_i \cdot \bar{y}_j = 0, \text{对于所有 } i \neq j$$

这些元素也是分立的，即：

$$y_i \neq y_j, \text{对于所有 } i \neq j$$

且这些元素具有单位模：

$$\| \bar{y}_i \| = \int |(\bar{y}_i)^2 \mathrm{d}P = 1, \text{对于所有的 } i$$

对于每一个 i，通过令：

$$a_i = E[y\bar{y}_i]$$

---

* 戴维·希尔伯特(David Hilbert，1862－1943)，著名德国数学家，长期在格丁根大学任数学教授，数学形式主义学派的代表人物，代表作有《几何基础》。——译者注

可以定义傅里叶系数(Fourier coefficients)* $\{a_i\}$。那么由贝塞尔不等式(Bessell's Inequality)** (Royden, 1980, 第 246 页),我们得到:

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 \leqslant \| y \| = E[y^2] < \infty$$

换言之,当 $i \to \infty$ 时,$a_i \to 0$。这意味着对于任意 $\varepsilon > 0$,当 i 趋近于无穷大时(除了在有限个博弈者 i 的情况下),有 $|a_i| < \varepsilon$。这里,a_i 度量了 x_i 对记忆状态 y 的影响。更准确地说,a_i 测度了记忆状态 y 与记忆状态 y_i 的条件期望的相关性。当 a_i 很小时,行为人 i 所选择的行动对于预测 y 的作用不大。

在分析机制设计的领域中,阿尔-纳贾和斯莫罗丁斯基(Al-Najjar and Smorodinsky, 1998a)以及莱勒和尼曼(Lehrer and Neeman, 1998)为上述问题提供了一个更一般的处理方案。阿尔-纳贾和斯莫罗丁斯基(1998b)扩展了格林(1980)和萨布连(1990)的早期结论,允许博弈的总结果不必是博弈者行动的匿名函数,并且允许博弈者的策略非匿名地取决于其他博弈者的行动信号。

博弈中的关键博弈者

宽泛地讲,审稿人定理表明在一个博弈者数量有限的博弈中,行为人的行动对博弈的结果几乎没有影响,因而几乎每

---

* 巴伦·傅里叶(Baron J. B. J. Fourier, 1768 - 1830),法国数学家,曾对数学物理颇有研究,并对突变函数的发展有很大影响。——译者注

** 弗里德里克·贝塞尔(Friedrich W. Bessell, 1784 - 1846),德国数学家和天文学家,曾发明贝塞尔函数。——译者注

个博弈者在阶段博弈中都将选择一个能够最大化其得益的行动，而不管后续博弈如何进行。这是一个很强有力的且具有一般性的结论，但重要的是了解它意味着什么和不意味着什么。考察下面的例子将会是非常有助益的。

考虑如下两阶段博弈模型。假定存在数量很大但有限的卖者 S 和数量很大但有限的买者 $B>S$。每个卖者有一单位不可分割的商品，该商品对于卖者来说一文不值，而每个买者想购买一单位该商品，这单位商品对买者的价值为 1。所有的行为人均有拟线性效用函数。在第一阶段的博弈中，买卖双方随机地匹配，卖者向买者提出一个报价(未被匹配的买者不参与交易活动)。卖者可以选择两个价格 $0<p_L<p_H<1$ 中的一个作为其报价。买者接受或者拒绝卖者的报价。如果报价被接受，那么交易在该报价基础上达成；买者获得 $1-p$ 的得益，而卖者的得益为 p。已经达成交易的行为人会离去而不再参与该博弈。其余博弈者则无论是否被匹配，继续进行第二阶段的博弈。在第二阶段博弈中，余下的买者和卖者的匹配以及每一对行为人交易商品的价格由一个外生机制决定。再一次，如果买卖双方以价格 p 交易商品，则买者的得益为 $1-p$，卖者的得益为 p。没有参与交易活动的行为人获得的得益为 0。

当然，在第二阶段博弈中发挥作用的机制旨在体现博弈的连续性，而不用我们分析一个(潜在的)无限水平的博弈。通过在第二阶段选择一个合适的机制，我们可以以我们想要的任何方式轻易地调控行为人的得益。比如，假设我们希望商品以价格 p_L 进行交易。如果一个卖者的报价为 p_H，则买者不接受这个报价，而在下一期他以等于 0 的价格获得该商

品。如果卖者报出 p_L 的价格而买者拒绝该报价，那么在第二阶段买者得到该商品的价格为 1。以同样方式，通过适当惩罚个别买者和卖者在第一阶段的偏离行为，我们可以支持任何位于 p_L 与 p_H 之间的价格。博弈中有多少博弈者并不重要，每个博弈者都觉察到他的行动将对未来的博弈产生显著影响。那么，这个例子在哪些方面违反了审稿人定理的假定条件呢？

首先，我们仅考虑了纯策略，而审稿人定理则要求我们考虑的全部是混合策略。通过引入"颤抖的手"，上述例子可以很容易地采用混合策略。假设报出的价格以概率 ε 与卖者所选择的价格是相反的。对于足够小的 $\varepsilon>0$，这种情况将不会影响上述的均衡。如果"颤抖的手"使得卖者报出错误的价格，那么在第二阶段的博弈中他将受到惩罚，但这并不会改变他的最优回应策略，因为受惩罚的概率很小，而且是外生的。同样，如果存在这样一个小概率事件，即当买者应当拒绝卖者的报价时他反而接受了或当他应当接受时他反而拒绝了，这也不会改变卖者的最优回应策略，假使"颤抖的"概率充分小的话。因此，在这里缺乏混合策略本身并不能解释多重均衡的存在性。

需要指明的第二点是，对于由一个买者和一个卖者组成的每一对行为人而言，第一阶段的博弈结果空间包括提出的报价和回应策略。用于描述这个结果的记忆空间的维度与行为人的数量成比例。当行为人的数量增加时，记忆空间的维度也递增。当存在更多的买者和卖者时，就有更多的商品待交易，更多的价格待选择，以及更多的得益待决定。在用于描述审稿人定理的分析框架中，存在一个固定不变的记忆空间。

行动组合空间的维度随着行为人数量的增加而递增，但将行动组合转化为记忆状态或均衡结果的函数的值域保持不变。因此，一个越来越大的行动空间被转化为一个固定不变的记忆空间。为了以一种合理有序的方式做到这一点，行为人必须忽略这个更大空间里的大多数信息，也就是说，就决定均衡结果而言，行动组合中的大多数元素起不到很大作用。

在公益品供给问题中，行为人所关心的结果，即公益品的供给，不会随行为人数量的增加而发生变化。因而我们很自然地会选择一个固定不变的结果空间。在私人商品的市场博弈模型中，这一点是不成立的，此时配置的维度随行为人数量的增加而递增。在上述的讨价还价博弈里，当买者与卖者的人数都增加时会发生两件事情。首先，记忆空间的维度增大了，使得更多行为人的行动被载入记忆状态。其次，相对于整个博弈的结果或记忆状态而言，单个行为人所关心的记忆状态部分变得更小了。例如，一个典型的买者不会关心整个配置；他仅在乎自己获得一单位的商品和他必须为这单位商品所支付的价格。单个行为人的行动对第一阶段博弈的结果毫无影响，因为他的交易活动及相应的价格在记忆状态的描述中是微不足道的；但行为人的行动对于他在后续博弈中的得益有较大的影响。这就是为什么在本例中卖者不最大化他的短期得益。

为排除这种均衡（在其中一个卖者在第一阶段的行动对其第二阶段的得益有很大的影响），当行为人的数量增加时，保持记忆空间固定不变是不够的。对于任意数量的博弈者，通过假定记忆空间 S 是如此之大，以至于包含了对第一阶段博弈结果的完整描述，我们就总是可以达到同样的效果。另

外，我们必须假定 S 不至于“太大”，这反过来需要得益 v_i^0 在连续性方面的结构和 S 的拓扑结构。有两个假设条件是必要的，即单个行为人的行动对 s 有一个很小的影响，且 s 的一个很小的变化对 v_i^0 有一个很小的影响。上述例子违反了第二个假设条件，因为卖者的行动对记忆状态的影响很小，但对 v_i^0 的影响较大。为排除这种情况，我们可以假定得益函数 $\{v_i^0\}$ 在某种意义上是等连续的(equi-continuous)。这又是一种匿名性，是对单个行为人的行动策略能被记住并用以决定其未来得益的程度的一种限制。最后我们假设一个行为人的未来得益取决于总的记忆状态，行为人的当期行动只能对总的记忆状态产生边际影响。

这个例子所要说明的是，甚至在一个非匿名博弈中，某种形式的匿名性假定也是必要的。

注　释

① 在第 2 章中所使用的是弱马尔可夫性质：允许均衡策略不仅取决于时期 t，也取决于与得益相关的变量的一个最小集合。

② 假设对于 $S>1$ 来说存在惟一的均衡，会发生什么事情？如果所有的交易都在第一时期发生，那么根据定理 3 我们可以计算均衡得益。如果一对买者和卖者在时期 t 未能达成交易，那么他们预期在时期 $t+1$ 肯定有一个卖者仍在积极寻找交易伙伴，该后续博弈的得益将由定理 3 惟一地决定。在 t 时期的讨价还价博弈中，我们知道 SPE 得益将按通常的方式决定：报价者将报出这样一个价格以支持其在后续博弈中的得益，在该价格下回应者接受还是拒绝这个价格无关紧要。在这个均衡中，得益不仅决定于买者和买者的数量，还取决于有 $B-S$ 个买者和一个卖者的后续博弈的得益。我们还不知道这是否是惟一的均衡。如果这的确是惟一的均

衡,那么这就再次表明,当博弈者数量变大的效应在很大程度上要取决于扩展式博弈的具体形式。无论 B 和 S 有多大,$B-S$ 之差似乎在决定均衡得益上起着关键作用。

③ 只要还没有达成交易,博弈就会继续进行,因此,存在一个惟一的与得益相关的记忆状态,在该状态下,博弈继续进行下去。



有限理性

在第3章中，我们已通过诉诸有限理性(bounded rationality)的各种定义及其简化形式，来证明第2章中提到的竞争性极限定理所需要的一些特定假设的合理性。其中包括用于描述有限经济均衡的马尔可夫均衡性质，以及施加于均衡的竞争性序列的连续性原理。

然而，如果我们严格采用有限理性，这些博弈的复杂性就仍然很棘手。此外，假定行为人不仅知道自己的均衡策略，而且知道其他行为人的均衡策略的假设也很难满足。他们从哪里获知信息呢？有时，均衡策略的共同知识被解释为内省推理过程的结果(Binmore, 1990，他称此为"eductive reasoning"，即"抽绎推理")。有时，它被视为试错学习过程的结果。显然，抽绎方法(eductive approach)并未减少对行为人计算能力的要求，试错方法也是如此。适应性的经验行为在信息和计算上的要求都低一些。如果它导致均衡行为，就可能支持这样的观点：有限理性的个人能达致近似于均衡策略的策略。

在这一章中,笔者给出的例子就是有关这类经验行为或适应性行为的,这种行为导致不太聪明的行为人达到竞争性均衡。经济学文献中有非常多的经验行为或适应性行为的例子,在这里,笔者不打算对此一一加以回顾,而只是在 4.1 节中,提及少数几篇相关论文。对这类有限理性行为的模型而言,一个主要问题是,尽管存在如此众多的可能性,但却没有多少为人们所接受的建模原则。之所以常有那么多针对"其他情况不变"(ad hocery)的指责,且这些指责不无道理,这即是原因。对于诸如此类的批评,没有验前的答案来保卫它:证明布丁的方法就是尝一尝。如果这一尝试能提供一些洞识或一些令人惊讶的结果,我们的时间也就没有白白浪费了。

4.1 模仿和试验

本章所关注的模型是建立在笔者与罗伯特·罗森塔尔(Robert Rosenthal)合写的一篇论文中所最初提出来的思想之上的。在描述这一模型之前,先简要概述一下这个模型以及笔者和罗森塔尔(1998,以下简称为 GR)的研究所得出的结论。GR 研究了那些重复玩策略博弈的有限理性行为人的"学习"行为。这一研究进路的长远目标是看有限理性行为人是否能学会采用博弈的均衡策略。这一问题的答案复杂而微妙。这篇论文的主旨在于研究那些由看似简单的行为原则所产生的复杂动态过程。

GR 模型可以视为有限理性在社会学习中的应用。学习这种博弈的过程从两种意义上来说是"社会的"。首先,因为

策略互动贯穿整个博弈,一个行为人的学习(适应)会影响其他人的学习。其次,行为人可以通过模仿他们所观察到的他人的行为而相互学习。

学习的社会性产生了大量众所周知的效率问题。其中之一是与信息外部性相关联的搭便车问题(Caplin and Leahy, 1994; Chamley and Gale, 1994)。在具有不对称信息的模型中,行为人的行动泄露了他的私人信息。由于行为人只在意自己的得益,因此他忽视了该信息对于其他行为人的价值。这种外部性典型地导致了无效率的决策:在均衡中,不是信息显露太少,就是显示得太迟。

社会学习另一个引人注目的方面就是羊群行为现象。在一些有羊群行为的模型里(例如,Banerjee, 1992; Bikhchandani, Hirshleifer and Welch, 1992),行为人漠视自己所有的信息,而把决策建立在先行者的行动所显露的公共信息上。这样的信息可能并不正确,于是基于此的决策也就无效率了。更为重要的是,决定加入羊群的行为人隐匿了自己的信息。因为他们的行动不依赖于个人信息,他们也就没有泄露自己的私人信息。结果可能是,作为群体的行为人所获得的信息中,只有一小部分成为公共知识。即使在那些行为人从未完全忽略自己信息的模型中,我们仍然可以发现,在一定的环境中,行为人群体作出错误选择的概率总为正(Smith and Sorensen, 1996)。在时间内生性的模型中(Chamley and Gale, 1994; Gul and Lundholm, 1995),社会学习的低效率可能表现为延迟而非羊群行为。

与社会学习和羊群行为相关的文献多属于理性、贝叶斯以及最大化行为的传统(只有少数特例,如 Ellison and Fuden-

berg,1993,1995)。在一个有限理性的模型中,不存在搭便车或加入羊群的明显决策。行为人的行为原则被归结为外生的。然而,搭便车和羊群行为的确与模仿行为有些相似,这对于 GR 模型的动态化至关重要。

GR 模型集中研究两类行为:模仿和试验。模仿者复制他们观察到的其他行为人的所作所为。试验者则随机地尝试新策略,并固守效果最好的策略。由于一个聪明的行为人可能既模仿又试验,为了简单起见,GR 假设每个行为人专门采取这两种活动之一。进一步的简化是,GR 模型假设只有一个试验者,而其他行为人都是模仿者。

在最优预期方面已有大量文献。其中有些文献——如班克斯和森达拉姆(Banks and Sundaram, 1992)与博尔顿和哈里斯(Bolton and Harris, 1999)的文章——是理性学习而非经验学习的模型,这些模型假设基本环境是静态的。另一些文献——如阿根扬、博尔顿和哈里斯(Aghion, Bolton and Harris, 1991)的文章——则在精神上更接近 GR 模型中的随机试验者。GR 假设随机搜寻的动机来源于行为人对他们所处的环境知之甚少,并且对自己已拥有的信息进行处理加工的能力也很有限。在这种情况下,要求最低的策略就是随机搜寻。搜寻是随机的,这一事实对模型的动态化产生了重要的影响,对此我们将在后面的分析中加以讨论。

这个模型的另一重要特征是对较好策略的搜寻是无限期的。在大多数学习模型中,总是假定行为人试图去估计某一固定参数。随着时间流逝,行为人的信念趋向于这一参数的真实值,他们对新信息的估计就变得不灵敏了,试验也就随之结束了。有关博弈中学习的文献的确是如此,其中包括虚拟

博弈和贝叶斯学习的各种模型(Fudenberg and Kreps,1993,Jordan,1993;Kalai and Lehrer,1993a,1993b;Krishna and Sjostrom,1995;Marimon,1995;Benaim and Hirsch,1996)。相反,GR模型假设试验无限期地持续。

对持久试验情形的兴趣来源于对我们生活在一个非静态环境的观察。当环境不断变化时,人们根本不会相信自己已接近均衡或者可以停止试验了。虚拟博弈、贝叶斯学习和适应性学习的各种模型既假设了一个静态环境,又假设了随着时间流逝,行为人越来越不重视近期的经验。这种递增的惯性对于确保收敛性是至关重要的。这类博弈模型表明,在一个静态环境中,个人行为从原则上说能接近均衡,并且人们的信念能够接近真理。在一个不断变化的世界中,行为人没有理由去假设他们已经达到一个永恒的均衡状态。因此,他们也就有理由去不断地试验,并非常重视近期的经验。虽然GR研究了一个静态环境以获得清晰和透明的结果,但这个模型是旨在假定行为人总有东西要学。

在每个期间,模仿者观察他们自己的行动和其他行为人的行动,然后按照他们以前行动与其他行为人平均行动之间差距的固定比例 λ 来调整自己的行动。由于只与模仿者的平均行动有关,并且他们的决策规则是线性的,因此用一个代表性的行为人来代替他们并不会影响一般性。

在每一时期 $t=1,2,\cdots$,行为人进行一次对称的标准形博弈(normal-form game)。假设他们具有相同的得益函数,但是只有试验者利用得益来改进他的行为。如果 q 是试验者选择的行动,$\bar{q}$ 是模仿者的平均行动,那么试验者的得益是:

$$-(q-B\bar{q})^2$$

B 是每个博弈者最佳反应曲线的斜率。当 $B<0$ 时，行为人的行动是策略替代(strategic substitutes)，如同在标准的古诺模型中那样；当 $B>0$ 时，行为人的行动则是策略互补(strategic complements)。当 $B\neq 1$ 时，博弈有惟一的对称均衡，此时所有行为人选择 $q=0$。

显然，如果模仿者选择 $\bar{q}$，最优回应是 $B\bar{q}$。由于得益函数的二次形式，当且仅当一个策略比他当前策略 q 更接近最优回应 $B\bar{q}$ 时，该策略对试验者而言才是更好的。试验者随机搜索更好的策略，如果上一期间选择了策略 q_{t-1}，那么他会"检验"一个均匀分布在区间 $[q_{t-1}-1, q_{t-1}+1]$ 上的新策略。注意该区间的中心是上一期间的行动，且该区间的大小不随时间变化，如果随机选取的策略落在更好的回应集合中，他就取它为 q_t，否则，他取它为 $q_t=q_{t-1}$。

设试验者在时期 t 的行动是 X_t，而模仿者在时期 t 的平均行动则表示为 Y_t。那么，按照上述行为原则，以 (x_0, y_0) 为初始条件，这些行为原则定义了一个具有状态空间 $\mathbf{R}^2$ 的马尔可夫链 $\{(X_t, Y_t)\}$。

这一模型具有很多有趣的动态特征：

- 首先，假设 $B<1$，它在整体上是稳定的。这意味着从任何初始状态 (x_0, y_0) 开始，马尔可夫链依概率 1 收敛于原点的一个紧邻域(compact neighborhood)。
- 其次，就策略替代的情形(B 为负并且绝对值足够大)而言，对称均衡在局部不稳定。这意味着对于原点的任何足够小的邻域和该邻域中的($x_0\neq 0$)任何初始条件 (x_0, y_0) 而言，马尔可夫链离开该邻域的概率为 1。
- 最后，就策略替代的情况(B 为负并且绝对值足够大)

而言，它不是太不稳定。这意味着，对于均衡的任何邻域，无论多小，当 t 趋向于∞时，马尔可夫链在时期 t 落在给定领域的概率趋向于 1。

从宏观层面来说，整体的稳定性告诉我们，这些适应性原则是通过将行为人的行动引入一个均衡的紧邻域来发挥作用的，且在均衡处，它们差不多是最优的。另一方面，在微观层面上，局部的不稳定性告诉我们：行为人根本不可能真正学会均衡策略。他们的行动永远围绕均衡水平波动。波动范围的大小，则依赖于参数 λ 和 B，以及搜寻窗口的大小（这里标准化为 2）。

第三个特征令人困惑，因为它看上去与第二个特征矛盾。这两个特征可以相容，但是对其解释要依赖于该模型的另一特征，即马尔可夫链 $\{(X_t, Y_t)\}$ 是零递归（null recurrent）的。尽管该链以概率 1 离开原点的足够小的邻域，但是预期需要完成的时间却是无限的。其原因是，对于非常接近原点的状态(x, y)而言，更好的回应集合非常小。由于很难发现一个更好的回应，因而马尔可夫链的变化也非常缓慢。如果一个计量经济学家观察一个样本路径集合的跨期频率分布，他会得出该过程在收敛的结论。其原因在于，几乎每条路径均碰巧接近原点，然后要花很长时间方能离开。如果同一个人观察单一样本路径，他也许会得出全然不同的结论。

零递归是一个非常奇特的性质：它似乎介于收敛和不稳定之间。它取决于这样的事实：在靠近均衡处，大多数时候什么也不发生，虽然有时发生些什么，但其结果也是“不确定”的。为检验零递归结果的普适性，GR 研究了一种在得益上有小的随机扰动的博弈形式。在扰动博弈（perturbed game）

中,对于每一时期 t,试验者的得益函数为:

$$-(q_t - B\bar{q}_t - \varepsilon_t)^2$$

其中$\{\varepsilon_t\}$是一个独立同分布序列(an i.i.d. sequence),分别以1/2概率取 ε 和 $-\varepsilon$ 的值。冲击 ε_t 简单地将最佳回应函数少量上移或者下移。因为 ε 的值甚小,造成的链的行为与非扰动链的行为相似。整体稳定和局部不稳定在扰动模型中依然成立,但不是太不稳定(not-too-unstable)的性质却改变了。马尔可夫链的长期行为用一个非退化不变概率量度来描述,并且,当 $t\to\infty$时,时期 t 的记忆状态的概率分布收敛于不变分布。

相对于这些结论而言,这一模型的两个特征是很关键的:策略替代的存在和搜寻窗口(search window)的非零大小。为了更好地理解策略替代的重要性,GR 同时研究了在博弈存在策略互补的假设下的(非扰动)模型。更确切地说,他们假设 $0<B<1$,于是策略互补"不是太强"。在此假设下,对称均衡在很强的意义下显示出稳定性来:在任何初始条件(x_0, y_0)下,马尔可夫链以概率 1 收敛于原点。

为了检验搜寻窗口大小非零的作用,GR 扩展了基本模型,允许对搜寻窗口进行外生压缩。规范地说,假设试验者从区间$[x_{t-1}-d_t,\ x_{t-1}+d_t]$中随机选择策略,其中,对于每个 t,$d_t>0$。GR 再次发现,在一个同样强的意义上,当搜寻窗口的大小向 0 收敛时,只要不是收敛过快,均衡同样是稳定的。更确切地说,假如:

$$\lim_{t\to\infty} d_t = 0 \text{ 且 } \lim_{T\to\infty}\sum_{t=1}^{T} d_t = \infty$$

则对于任何初始条件(x_0, y_0)而言,马尔可夫链以概率 1 收敛于 0。只要 $B<1$,该结论就成立。

我们从上述练习中能学到什么呢?

- 第一个启示是,两种简单的行为适应的互动可能产生**内生循环**(endogenous cycles)。用这一视角审视某些宏观经济波动,可能是行之有效的。
- 第二个启示与**策略替代**和**策略互补**的作用有关。在运用策略互补模型来解释宏观经济波动的严重程度方面已有大量文献。在这些模型中,如果个体行动水平是策略互补的,那么每个行为人的最佳回应均是其他人行动水平的递增函数。如果某个行为人因为外生冲击而增加他的行动水平,那么其他行为人也将提高他们的行动水平。于是,策略互补性放大了初始冲击对经济的影响。我们模型的一个有趣特征是:策略替代对于局部不稳定是必不可少的,而一旦有策略互补,模型就非常稳定。
- 第三个启示是,在策略替代的模型中,循环在**结构上高度复杂**,这是这些文献里的其他模型所没有的。例如,在模拟试验中,我们发现这些循环的振幅随时间而变化,有时非常微弱,继而又增强;但是考虑到连续循环的平均振幅的正相关性,这些变化又是有规则的。
- 第四个启示关系到**试验的作用**。对于引致试验者与模仿者之间的相对适应率的变化而言,试验者行为的随机性是根本性的,而这一不断变化的相对适应率又导致了动态化。当马尔可夫链接近均衡时,试验者很难发现比当前策略更好的策略。当马尔可夫链远离均衡时,他相对更经常地发现更好的策略。于是,试

> 验者的适应性或快或慢地取决于系统的非均衡程度。另一方面，模仿者经常按照一个不变的比率向着平均行动方向调整他们的行动（因而平均地向着试验者的行动调整）。这意味着，试验者和模仿者调整的相对速度有变化，这要取决于到均衡的距离；这也解释了模型怎么能够整体稳定而局部不稳定了。这也可以解释这样一个事实：系统要用很长时间接近均衡，然后在一段很长的时间里以一个递增的轨道螺旋偏离，之后再次逼近均衡。

在本章的其余部分，笔者给出一个单一商品市场环境下的有限理性行为的简单模型。基本思路在于：假定当策略是行为人愿意依此交易商品的一个极限价格时，行为人随机地搜寻更好的策略。随机搜寻的动机与 GR 论文中相同：首先，如果行为人确切知道去何处搜寻更好的策略，他们就根本不会学习；其次，有限理性行为人无法掌握贝叶斯学习的复杂计算。因此，我们只能假设他们随机搜寻更好的策略。在我们模型的这个版本中，没有模仿行为，虽然可以很容易地引入模仿行为。

4.2 竞争的行为模型

市场

有一种单位不可分割的商品，称为“物品”，这一物品能够以整数数量交易，并且，还有一种可以分割的交换量度单位

(numeraire)[*]商品,称为“货币”。交易者分为买者和卖者。有 N 个卖者,以 $i=1,\cdots,N$ 表示;有 N 个买者,以 $j=1,\cdots,N$ 表示。假定有相同数量的买者和卖者不失一般性。因为,一个具有极端估价的行为人肯定不会是市场的参与者。

偏好是拟线性的,每个行为人至多想买或卖一单位物品。这意味着每个行为人的偏好能根据他对一单位物品的估价用参数来表示。卖者 i 的估价为 u_i,买者 j 的估价为 v_j。如果一个卖者 i 拥有 x_i 单位的物品和 m_i 单位的货币,他的效用为:

$$U_i(x_i,m_i)=u_ix_i+m_i$$

同样,一个拥有 y_j 单位物品和 m_j 单位货币的买者的效用为:

$$U_j(y_j,m_j)=v_jy_j+m_j$$

实际上,拟线性效用函数使得我们能够将初始拥有的物品和货币标准化为 0,随后我们可以按照“剩余”或“交易收益”来进行理论分析(为简化分析起见,我们忽略物品和货币数量的非负约束)。如果卖者 i 以 p 单位货币售出 1 单位物品,他的剩余是 $p-u_i$。同样,如果买者 j 以 p 单位货币购进 1 单位物品,他的交易收益为 v_j-p。按照这一定义,我们设:

$$U_i(-x_i,p)=(p-u_i)x_i$$

并且,

$$U_j(y_j,-p)=(v_j-p)y_j$$

其中,$x_i,y_j\in\{0,1\}$。

于是,这一市场的初始数据是,市场的大小为 N,卖者与买

---

* “numeraire”为一个法文词,意为“货币兑换率计价标准”、“货币汇率本位”、“记账单位”等。——译者注

者的估价分别是 $u=(u_1,\cdots,u_N)$ 和 $v=(v_1,\cdots,v_N)$。将行为人排序使得 $0<u_1<u_2<\cdots<u_N$ 和 $v_1>v_2>\cdots>v_N>0$。并且假设没有买者和卖者有相同的估价：$u_i\neq v_j$，$\forall i,j=1,\cdots,N$。没有两个行为人具有相同估价的假设简单地避开了不必要的纠葛。一般情况下这一假设是满足的，因为当市场数据 (N, u, v) 被随机选取时，破坏这些假设的概率为 0。

市场出清价格

对于任何市场数据 (N, u, v)，我们必须分清估价的四种可能结构安排。边际卖者（相应地，边际买者）是有最高估价的卖者（相应地，有最低估价的买者），他们将在竞争均衡中达成交易。边际行为人的指标，对于卖者和买者来说当然是相同的，以 m 表示，并由下面的条件来定义：

$$u_m < v_m \text{ 且 } u_{m+1} > v_{m+1}$$

在竞争均衡中进行交易的卖者 $i=1,\cdots,m$（相应地，买者 $j=1,\cdots,m$）被称为内边际的（infra-marginal）*。

由于需求和供给的分离性（每个行为人想交易 0 单位或 1 单位），存在一个平衡需求和供给的市场出清价格的非退化区间（a non-degenerate interval）。对于任何市场数据

* "infra-marginal"被著名的澳籍华裔经济学家杨小凯教授及其门生翻译为"超边际"，并以此把他们所创的学派自称为"超边际经济分析"。英语前缀"infra"原来的涵义为"在下"，"在下部"、"在内"的意思（如英文单词"infrastructure"意指"基础结构"或"基础设施"），它也内涵某些"超"的意思，如在生物学中，就有"infradian"（超昼夜的）。但是考虑到盖尔教授不但在其著作先用了"infra-marginal"，而且在后文中还用了"extra-marginal"（英文前缀 extra 也有中文"在……之外"、"越出"、"超出"等意），因而在这本译著中前者翻译为"内边际"，而后者翻译为"外边际"。——译者注

(N, u, v),只有下面四种结构安排中的一种(一般说来)是可能的:

$$(A-B)\,u_m < v_{m+1} < u_{m+1} < v_m$$
$$(A'-B')\,v_{m+1} < u_m < v_m < u_{m+1}$$
$$(A'-B)\,v_{m+1} < u_m < u_{m+1} < v_m$$
$$(A-B')\,u_m < v_{m+1} < v_m < u_{m+1}$$

在每种情况下,有不同的市场出清价格集合。在市场的每一方参与人中,只有前面的 m 个行为人能达成交易,因此价格必须不高于 u_{m+1},以排除卖者 $m+1$,并且不低于 v_{m+1},以排除买者 $m+1$。严格说来,在 $(A-B)$ 的情况下,对于该区间中的任何价格而言,在市场的每一方参与人中只有前面的 m 个行为人愿意交易,因此,市场出清价格集合是区间 $[v_{m+1}, u_{m+1}]$。经过类似推理,我们可以计算出每种情况下的市场出清价格区间是:

$$(A-B)\,[v_{m+1}, u_{m+1}]$$
$$(A'-B')\,[u_m, v_m]$$
$$(A'-B)\,[u_m, u_{m+1}]$$
$$(A-B')\,[v_{m+1}, v_m]$$

市场出清价格的区间可以更紧地定义为 $[c_0, c_1]$,其中,$c_0 = \max\{u_m, v_{m+1}\}$,$c_1 = \min\{u_{m+1}, v_m\}$。当所有的内边际行为人都按照此区间内的某个单一价格进行交易,这种情形就被称为一个完全竞争结果。

市场博弈

交易过程由一个标准形阶段博弈来表示。在这一博弈

中，行为人将极限指令提交给一个利润最大化的市场制造者(market-maker)，然后市场制造者在成对的买者和卖者之间安排交易。

行为人的策略是他们愿意交易一单位物品的极限价格。每个卖者 i 选择一个要价(asking price) a_i，每个买者 j 选择一个出价(bid price) b_j。要价 a_i 表示卖者愿意按照不低于 a_i 的任何价格供应一单位物品，出价 b_j 表示买者愿意按照不高于 b_j 的任何价格购买一单位物品。

为简化起见，我们将行为人的策略约束在一个紧区间里。卖者 i 的要价 a_i 约束为至少等于他的私人估价 u_i，并且不大于某个很大但却有限的数量 M。通过对卖者的策略施加这样的限制，我们假设所有行为人均会聪明地选择一个占优策略。这一点似乎是有道理的，并且对于后面的分析也不是特别重要。买者 j 的出价 b_j 限制为非负，并且不大于他的估价 v_j。令：

$$\mathbf{X} = \{(a,b) \in \mathbf{R}_+^N \times \mathbf{R}_+^N \mid u_i \leqslant a_i \leqslant M,\ 0 \leqslant b_j \leqslant v_j,\ \forall i,j\}$$

表示买者和卖者策略组合的集合，并且以 $x=(a,b)$ 表示一个典型的策略组合，其中，$a=(a_1,\cdots,a_N)$ 和 $b=(b_1,\cdots,b_N)$ 分别是卖者和买者的策略组合。

假设行为人提交极限指令 (a,b)。市场制造者安排匹配交易以最大化他的利润。通过提交极限指令，行为人承诺按照任何不违背他们要求的极限价格进行交易。为了最大化利润，市场制造者将按照极限价格操作交易，即他将支付给卖者 i 所提出的要价 a_i，收取买者 j 所提出的出价 b_j。用 ξ_i 表示卖者 i 的交易，$\xi_i=0$ 意味着 i 没有交易，$\xi_i=1$ 则意味着 i 出售一单位物品；用 ζ_j 表示买者 j 的交易，$\zeta_j=0$ 表示 j 没有交

易，$\zeta_j=1$ 则表示 j 购买一单位物品。于是市场制造者的利润是：

$$\prod(\xi,\zeta,a,b)=\left\{\sum_{j=1}^{N}b_j\zeta_j-\sum_{i=1}^{N}a_i\xi_i\right\}$$

其中，$\xi=(\xi_1,\cdots,\xi_N)$，且 $\zeta=(\zeta_1,\cdots,\zeta_N)$。规范地说，市场制造者的问题是选择 $(\xi,\zeta)\in\{0,1\}^{2N}$ 以求解：

$$\prod{}^*(a,b)=\max_{(\xi,\zeta)}\prod(\xi,\zeta,a,b)$$

该式满足通常的可行性约束：

$$\sum_{j=1}^{N}\zeta_j\leqslant\sum_{i=1}^{N}\xi_i$$

一个类组合(a generic profile)$(a,b)\in\mathbf{X}$ 则表示，其中没有两个行为人选择同样的极限价格，不管是两个买者或两个卖者，还是一个买者和一个卖者。对于任何类组合 (a,b)，用条件 $\sum_{i=1}^{N}\xi_i=\sum_{j=1}^{N}\zeta_j$ 可以定义惟一的利润最大化交易安排 (ξ,ζ)，其中 $\xi_{i_0}>\xi_{i_1}$ 意味着 $a_{i_0}<a_{i_1}$，$\zeta_{j_0}>\zeta_{j_1}$ 意味着 $b_{j_0}>b_{j_1}$，并且 $\xi_i=\zeta_j=1$ 意味着 $a_i<b_j$。因此，对于 $\mathbf{X}$ 中的任何类组合 (a,b)，这一交易机制定义了卖者 i 的惟一得益 $\pi_i^s(a,b)$ 和买者 j 的惟一得益 $\pi_j^b(a,b)$。(当上下文明确显示交易者是买者或卖者时，上标 s 和 b 可以省略。)

为了确保每个策略组合 (a,b) 只有一个惟一结果 (ξ,ζ)，笔者假设当两个报价——即要价或出价——对市场制造者而言无差异时，他会以相同概率随机选择行为人。当操作交易与否对市场制造者而言无差异时，笔者假设他选择操作交易。这些假设只是为了定义一个惟一的交易机制，对于后面的分析无关紧要。

在下面的分析中，仅限于对类组合的讨论并不失一般性。原因是买者和卖者随机选择策略，因而观察到一个非类组合的概率为0。这一点补充了对标准形博弈 $\Gamma=(N,\mathbf{X},\pi)$ 的定义。

这种匹配和交易程序有以下几个特征值得注意：

- 市场制造者按要价和出价操作交易，价差为他的利润；
- 这一程序最大化交易量，并满足自愿交易的约束；
- 交易趋向出价最高的买者和要价最低的卖者，从这一意义上说，这一程序是有效率的。

在市场的中心有一个最大化的行为人，这一事实意义重大。例如，假使我们采用了其他方法，即在每个期间将买者和卖者匹配成对，并且让他们就交易的各种条件讨价还价，则上述三个特征中没有一个一定要满足。因此，通过利用市场制造者而设计一种效率要素，并非是所有交易机制的特征。

第二和第三个特征是市场制造者最大化行为的推论。因为市场制造者能够选择价格，并在此价格下根据交易者指令的限制完成一笔交易，只要他在每笔交易中赚得的利润非负，他就愿意安排尽可能多的交易。同样，利润最大化也意味着最高出价的买者和最低要价的卖者将达成交易。一个更分权的程序，如随机匹配与讨价还价，未必有这些非常有用的特征。

行为规则

在这一节，笔者要讨论的是个体交易者的行为。笔者将直接为行为人定义行为规则，而不是强加给行为人某些信念，也不是假设每个行为人最大化与这些信念相关的长期得益。

之所以采取这样的方法，是因为在很多情况下实现最大化的要求太苛刻。探究“更简单”的行为规则是否能够引导行为人采取均衡策略，将会是非常有意思的。当然，我们考察的环境本身很简单，它仅仅反映了我们自身的有限理性。因此，为了把握行为人理解复杂系统的能力是有限的这一思想，亦即相对于他们的环境而言行为人很简单，我们必须假定他们实际上是很愚蠢无知的。

有很多种指定有限理性行为的方式。正如4.1节中所指出的那样，这正是我们的研究的薄弱环节之一。这里具体说明的行为规则，不仅仅指那些热衷于学习的规则。这些规则是简单的，并且为我们讨论很多有意思的问题提供了一个工具。其基本思想是，智力非常有限的行为人随机搜寻好的策略，当遇到更好的策略时，他们就放弃当前策略。随机搜寻假定的前提是，除了适当的策略集合之外，行为人对于环境（模型的结构）一无所知。除了要求行为人知道当前策略外，也不要求他们有记忆，并且，也不要求有远见。事实上，随机搜寻假定行为人是完全近视的。这是能够想像出的最简单行为，因而也是一个开始分析的非常自然的地方。

在讨论搜寻程序的细节之前，有一个问题值得讨论。这里所使用的随机搜寻思想包含选择（在当前策略和一个随机选择的替代策略之间），这意味着行为人“知道”两种策略的得益。行为人是如何知道得益的？抽绎方法假设行为人知道得益函数，以至于他能计算出任何策略的得益；但如果是这样的话，就没有理由阻止行为人计算出最佳回应而不必随机搜寻了。笔者不想假设行为人知道得益函数，因为它假设了一定程度的复杂性和“计算能力”，而这与随机搜寻是不相容的。

一个要求较低的解释是，行为人通过实验不同策略而知道得益。请考虑一下单个行为人频繁地搜寻更好策略的情形。这包括随机地选择一个策略，短期尝试，注意得益的变化，比较此次得益与以前策略的得益，随后基于得益比较，在新策略和以前策略之间进行选择。在一个行为人进行所有这些活动的同时，其他行为人继续使用同一个策略。这一程序并不要求行为人有太多的“脑力”(brain power)，但是描述起来也相当麻烦，并且使动态过程非常复杂。因而，笔者相应地假设行为人能够进行“假想的试验”，通过试验他们即时发现新策略的得益，并且只有当这一得益不低于他们当前策略的得益时才采用新策略。这是对采用新策略的真实试验的一种近似，试验持续一个短而有限的时段。这种简化似乎无关紧要。

另外一点值得注意的是，这种搜寻程序在每个时刻只允许一个行为人搜寻。如果两个甚至更多的行为人同时试验，他们试验新策略的结果可能会发生错误。例如，当买者 j 正试验一个新策略时，某个策略可能对卖者 i 更好，而当买者 j 决定回到他以前的策略时，该策略可能对卖者 i 就变得糟糕了。如果假设每一时刻只有一个行为人可以试验新策略，这类错误就可以避免。如果搜寻的代价不菲，并且是离散事件，则两个行为人同时搜寻的概率就可能很小。这里我们将这概率取极限，并假设为 0。这并不意味着搜寻缓慢，因为，时间标度是任意的。然而，它的确意味着系统存在惯性因素。惯性的一个相关假设可以在演化博弈文献中发现，有时它被假设为任何期间只允许一部分人改变策略(例如，Kandori, Mailath and Rob, 1993; Young, 1993)。

交易在时期序列 $t=1,2,\cdots$ 发生。每一时期，随机选择 $2N$ 个行为人中的一个，让他改变策略。如果选择卖者 i，他从其策略集合 X_i 中随机选择一个新策略。如果该价格给予他一个比他当前要价(弱)高的得益，他就采用新价格作为他的策略。如果不是，他就保留他以前的策略。同理，如果选择买者 j，他从其策略集合 X_j 中随机选择一个新策略。如果该价格给予他(弱)高的得益，他就采用新价格作为他的策略。否则，他会固守当前的策略。

这些简单规则定义了一个随机过程。任一时期的记忆状态向量均是极限指令策略的当前组合。假设 $x=(a,b)$是时期 $t-1$ 的状态，并且 $x'=(a', b')$是下一时期 t 的状态。如果卖者 i 被选中在时期t 行动，ω_i 则是根据区间$[u_i,M]$上的平均分布而选择的一个新的要价。于是，$b'=b$，并且，

$$a'=\begin{cases}(\omega_i,a_{-i}),\ 当\ \pi_i((\omega_i,a_{-i}),b)\geq \pi_i(a,b)\\ a,\ 当\ \pi_i((\omega_i,a_{-i}),b)< \pi_i(a,b)\end{cases}$$

同理，如果买者 j 被选中在时期 t 先行决策，那么 ω_j 就是从区间$[0, v_j]$上的平均分布中选取的，于是新的状态满足 $a'=a$ 并且，

$$b'=\begin{cases}(\omega_j,b_{-j}),当\ \pi_j(a,(\omega_j,b_{-j}))\geq \pi_j(a,b)\\ b,\ 当\ \pi_j(a,\ (\omega_j,b_{-j}))< \pi_j(a,b)\end{cases}$$

请注意，当新策略和现存策略对行为人无差异时，行为人选择新策略。特别是，如果初始状态 $x=(a, b)$是卖者 i 无法交易的状态，也即 $\pi_i(a,b)=0$，那么，X_i 中的任何价格都为弱更优，因此，新价格要从 X_i 中随机选取。这一假设非常重要，因为它排除了粘滞在无交易发生状态的可能性。例如，

假设存在这样一种状态:对于每个卖者 i,有 $a_i=M$,而对于每个买者 j,有 $b_j=0$。这是可能的,并且在此状态下无交易发生。不仅如此,任何单个买者或卖者的偏离都不能促成交易发生。因此,如果行为人只转向严格更优策略,则初始位置将成为系统的静止点,且没有向竞争结果收敛的可能性。因此,允许行为人转向弱更优策略这一点非常重要。

马尔可夫链$\{\mathbf{X}_t\}$

(这一小节的内容技术性很强,对此细节不感兴趣的读者可跳到前面 3.3 节,只注意引理 1 及其推论,后文中有所引用。)

随机过程是随机因素的一个家族(family)$\{X_t\}$,定义在基本的概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P)$上。马尔可夫链(Markov chain)$\{X_t\}$是一种特别的随机过程,具有可数的参数集合 $T=\{1,2,\cdots\}$,一个随机因素序列 X_t 在状态空间 $\mathbf{X}$ 中取值,并且,对于任何初始状态 x 和任何时刻$t_1<\cdots<t_k<t$,概率分布 P_x 满足以下条件:

$$\begin{aligned}P_x(X_t\in A\mid X_{t_1}=x_{t_1},\cdots,X_{t_k}=x_{t_k})\\=P_x(X_t\in A\mid X_{t_k}=x_{t_k})\end{aligned}$$

前一小节所描述的行为规则定义了一个马尔可夫链。实际上,随机过程的演化可以由一个(不随时间改变的)转换概率 $P(x,A)$来表示,该概率告诉我们,对于任何当前状态 x,系统在下一时期的状态的概率属于集合 A。这一小节的目的在于将上面定义的行为规则转化为转换概率 $P(x,A)$的一个规范定义。

可采纳的策略组合 $\mathbf{X}$ 的集合具有可测集的波莱尔(Borel)σ-域 $\mathscr{B}(\mathbf{X})$（该 σ-域由 $\mathbf{X}$ 的开集生成）。利用上面所列出的一些规则，对于任何给定的初始位置 $x=(a,b)$ 和任何可测集 $A \in \mathscr{B}(\mathbf{X})$，我们能够定义一个马尔可夫转换概率 $P(x,A)$。对于任何行为人 k 和任何状态 x，使 $B_k(x)$ 代表更优集(better than set)，即：

$$B_k(x) = \{x_k' \mid \pi_k(x_k', x_{-k}) \geqslant \pi_k(x)\}$$

由于行为人随机搜寻更好的策略，如果他发现一个更好的策略，它将平均分布在更优集中。于是，令 $U_k(x,\cdot)$ 表示一个 $\mathbf{X}$ 上的概率分布，使得 $U_k(x,\cdot)$ 的支集为 $[B_k(x)\times\{x_{-k}\}]$，并且 $U_k(x,\cdot)$ 到 $[B_k(x)\times\{x_{-k}\}]$ 上的限制是平均分布的。为了应用，我们可以设想 $U_k(x,\cdot)$ 是 $[B_k(x)\times\{x_{-k}\}]$ 上的平均分布，但是，记住它是为 $\mathbf{X}$ 的每个可测子集定义的这一点非常重要。令 $D(x,\cdot)$ 表示以 x 为中心的迪拉克分布(Dirac distribution)，并令 $\delta_k(x)$ 表示更优回应集合的直径与行为人 k 的策略集合之比：

$$\delta_k(x) = \begin{cases} \text{diam}B_k(x)/(M-u_k), \text{当 } k \text{ 是卖者} \\ \text{diam}B_k(x)/v_k, \text{当 } k \text{ 是买者} \end{cases}$$

那么，在当前状态 x 和行为人 k 被选中行动的条件下，新状态的分布由下式给出：

$$G_k(x,\cdot) = \delta_k(x)U_k(x,\cdot) + (1-\delta_k(x))D(x,\cdot)$$

行为人 k 以概率 $\delta_k(x)$ 找到一个更好的策略，并且，假设他找到一个更好的策略，他的策略平均分布亦在 $B_k(x)$ 上；以概率 $(1-\delta_k(x))$ 没找到更好的策略，假设没找到更好的策略，新状态就与旧状态相同。由于每个行为人被选中行动的

概率是相同的，转换概率可以定义为：

$$P(x,A) = (2N)^{-1}\sum_{i=1}^{N} G_i(x,A) + (2N)^{-1}\sum_{j=1}^{N} G_j(x,A)$$

该式对每一状态 x 和可测集 A 成立。换句话说，我们令 $G_k(x,A)$为 k 被选中搜寻更好的策略这一条件下的转换概率；那么，(无条件)转换概率 $P(x,A)$正是条件转换概率 $\{G_k(x,A)\}$的期望值，而权重$(2N)^{-1}$则是每个行为人被选为试验者的概率。

如果 $P:\mathbf{X}\times\mathscr{B}(\mathbf{X})\rightarrow\mathbf{R}_+$ 是马尔可夫链的转换概率函数，那么，通过定义，它满足下面两个条件：

(1)对于任何 $A\in\mathscr{B}(\mathbf{X})$，$P(\cdot,A)$是 $\mathbf{X}$ 上的非负可测函数；

(2)对于任何 $x\in\mathbf{X}$，$P(x,\cdot)$是 $\mathscr{B}(\mathbf{X})$上的一个概率测度。

从函数 P 的定义上可以清楚地看出，性质(2)是满足的。为了证明性质(1)是满足的，我们只需注意对于任何可测子集 $A\subset\mathbf{X}$，概率 $G_k(A,\cdot)$是 x 的一个可测函数。

对于任何初始状态 x，转换概率 $P(x,A)$在概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P_x)$上定义了一个马尔可夫链$\{X_t\}$。这种情况下，我们取集合 Ω 为 $\mathbf{X}^{\infty}$，可数个 $\mathbf{X}$ 的乘积，$\mathscr{F}$ 为柱集 $A_1\times\cdots\times A_t\in\mathscr{B}(\mathbf{X})\times\cdots\times\mathscr{B}(\mathbf{X})$所产生的 σ -域，并且 P_x 为集合函数的惟一扩张，该集合函数由转化核(transition kernel)P 归纳定义在柱集$A_1\times\cdots\times A_t$ 上：

$$P_x^1(x,A_1) = P(x,A_1)$$

$$P^2(A_1\times A_2) = \int_{A_1} P(x,\mathrm{d}y_1)P(y_1,A_2)$$

$$\vdots$$

$$P^t(A_1\times\cdots\times A_t)=\int_{A_1}P(x,\mathrm{d}y_1)\int_{A_2}P(y_1,\mathrm{d}y_2)\cdots P(y_{t-1},A_t)$$

(过程细节和证明请参见 Meyn and Tweedie, 1993, 第 3.4 节)。这一马尔可夫链具有如下性质:对于任何初始状态 x 和任何柱集 $A_1\times\cdots\times A_t$,

$$P_x(X_1\in A_1,\cdots,X_t\in A_t)=\int_{A_1}P(x,\mathrm{d}y_1)$$
$$\int_{A_2}P(y_1,\mathrm{d}y_2)\cdots P(y_{t-1},A_t)$$

对于任何 t,具有满足这一性质的有限维分布的随机过程被称为具有转换概率核 $P(x,A)$和初始状态 x 的时齐的马尔可夫链(a time-homogeneous Markov chain)。

这里顺便指出在下文中将反复用到的几个技术结论。

对于任何集合 $A\in\mathscr{B}(\mathbf{X})$和初始状态 x,令 $L(x,A)$表示马尔可夫链 $X=\{X_t\}$在某个时期 t 达到集合 A 的概率,即:

$$L(x,A)=P_x[X\in A]$$

其中,$[X\in A]$表示事件$\{\omega\mid X_t(\omega)\in A,\exists t\}$。令 $Q(x,A)$表示它无限频繁达到 A 的概率,即:

$$Q(x,A)=P_x[X\in A,\text{i.o.}]$$

其中,$[X\in A,\text{i.o.}]$表示事件$\{\omega\mid X_t(\omega)\in A$,对于无限多次 $t\}$。我们说一个集合 $B\in\mathscr{B}(\mathbf{X})$自集合 $A\in\mathscr{B}(\mathbf{X})$是可达的(accessible),如果 $L(x,B)>0$ 对于任何初始条件 $x\in A$ 成立的话;并且我们称从 A 那里 B 是始终可达的(uniformly accessible),如果存在一个 $\delta>0$,使得下式成立的话:

$$\inf_{x \in A} L(x, B) \geqslant \delta$$

如果从 A 那里 B 是始终可达的，我们记为 $A \rightsquigarrow B$。如果 $Q(x, A)=1$ 对于任何 $x \in A$ 成立，集合 $A \in B(\mathbf{X})$ 就称为哈里斯递归(Harris recurrent)。第二个结论告诉我们，如果 A 是始终可达的，则马尔可夫链以概率 1 无限频繁地达到 A。直观上讲，如果自 A^C 到 A 的概率至少为 δ，那么，永远处于 A 外的概率是 $(1-\delta)^{\infty}=0$。第二部分告诉我们，如果从 A 那里 B 是始终可达的，那么，如果 A 被无限频繁地达到，B 也会是如此。

引理 1 (i)对于任何 $A \in \mathscr{B}(\mathbf{X})$，如果 $\mathbf{X} \rightsquigarrow A$，那么 A 是哈里斯递归；事实上，对于任何 $x \in \mathbf{X}$，$Q(x, A)=1$；(ii)对于任何集合 $A, B \in \mathscr{B}(\mathbf{X})$，如果 $A \rightsquigarrow B$，那么 $\{X \in A \text{ i.o.}\} \subset \{X \in B \text{ i.o.}\}$ a.s.。

(参见 Meyn and Tweedie, 1993, 定理 9.1.3)。如果 $P(x, A)=1$ 对于所有 $x \in A$ 成立，那么集合 $A \in \mathscr{B}(\mathbf{X})$ 称为吸收的(absorbing)。换句话说，一旦处在 A 中，系统就以概率 1 永远保持在那里。下一个结论告诉我们，如果 B 是吸收的，且 B 从一个分离集(a disjoint set) A 那里是始终可达的，则无限频繁达到 A 的概率是 0；因为一旦系统达到 B，它就再也不会返回，并且，如果它无限频繁地达到 A，它也必须无限频繁地达到 B，这就与引理 1 相矛盾。

推论 2 对于任何满足 $A \cap B=\varnothing$ 的集合 $A, B \in \mathscr{B}(\mathbf{X})$，如果 B 是吸收的，且 $A \rightsquigarrow B$，那么 $Q(x, A)=0$ 对于任何 x 成立。

证明 令 E_t 为事件 $\{X_t \in B, X_t \in A, \exists s>t\}$，因为 B 是吸收的，$P_X(E_t)=0$ 对于任何 t 成立，并且，由于概率测度

P_x 是σ-可加的(σ-additive),$P_x(\bigcup_{t=1}^{\infty}E_t)=0$。由引理1的结论(ii),$\{X\in A\mathrm{i.o.}\}\subset\{X\in B\mathrm{i.o.}\}$,于是,

$$\{X \in A\mathrm{i.o.}\} \subset \bigcup_{t=1}^{\infty} E_t$$

因此,$Q(x,A)=P_x\{X\in A\mathrm{i.o.}\}=0$,证毕。■

现在我们已经作好研究马尔可夫链$\{X_t\}$收敛性质的准备了。

4.3 向竞争价格收敛

数量最大化交易

本节的主要目标是要证明,在某种意义上,上面描述的马尔可夫链收敛于一个竞争结果,即到达所有交易均按竞争价格发生的情形。把收敛的分析分成两个步骤,会更为方便。第一步要证明,交易量以概率1在有限时间里最大化,并且自这一点起,交易量保持稳定。第二步要证明的是,所有交易按市场出清价格渐进地实现。

为了分析交易量,我们首先需要一些另外的符号。给定自x开始,对于任何状态$x\in\mathbf{X}$和任何可测集$A\in\mathscr{B}(\mathbf{X})$,定义$P^n(x,A)$为系统在$n$个期间之后属于$A$的概率,即$P^n(x,A)=P_X(X_n\in A)$。于是,$P^n(x,A)$可以按递归的形式定义为:

$$P^n(x,A)=\int P(x,\mathrm{d}y)P^{n-1}(y,A)$$

令A为(类)状态集合,使得只要系统状态属于A,就有m单

位的物品被交易。令 A'表示 A 的子集，在其中是内边际行为人(infra-marginal agents) $i=1,\cdots,m$ 和 $k=1,\cdots,m$ 参与交易。接着我们证明从 $\mathbf{X}$ 的任何状态 A'是可达的。用数学符号表示为 $X \rightsquigarrow A'$。虽然该证明相当冗长，但可进入性只要求我们证明，从任何起点开始，随机搜寻会以一个正概率(有限偏离 0)导致交易者达到与最大化交易量一致的策略(价格)安排。

引理 3 $X \rightsquigarrow A'$。

证明 事实上，我们可以证明，对于任何初始条件 x，存在一个整数 $n>0$ 和一个数 $\alpha>0$ 使得 $P^n(x,A')\geqslant\alpha$。

首先，令 $x=(a,b)$并取内边际卖者 $i=1,\cdots,m$，同时将他们按其要价降序排列。这即是说，令$\{i_1,\cdots,i_m\}$为前 m 个卖者的 m -维有序排列，使得对于任何 h，满足 $1\leqslant i_h\leqslant m$，并且，

$$a_{i_h} > a_{i_{h+1}},\ \forall h = 1,\cdots,m-1$$

在 $t=1,\cdots,m$ 期间，卖者恰巧按此序列被选中行动的概率是 $(2N)^{-m}$。

假设卖者恰巧按此序列被选中去选择新策略。当卖者 i_h 有机会改变策略时，他按照均匀分布从区间$[u_{i_h},M]$中选取一个新价格，且新要价 a'_{i_h} 以概率$(\bar{a}-c_0)/(M-u_{i_h})$落在区间$[c_0,\bar{a})$内，其中，$\bar{a}=(c_0+c_1)/2$。由于卖者 1 选择区间内价格的概率最小，这一系列事件发生的概率至少是：

$$(2N)^{-m}\left(\frac{(\bar{a}-c_0)}{(M-u_1)}\right)^m$$

按照我们的行为规则，如果卖者 i_h 弱偏好于他选择的新价

格，他就会采用新价格。否则，他将保持原价。

请注意，一旦我们分析了内边际卖者的序列并决定了新的 N-维要价 $a' = (a_1', \cdots, a_m', a_{m+1}, \cdots, a_N)$，对于 $i = 1, \cdots, m$ 而言，下面两种情况必居其一：要么是卖者 i 能按新价格 (a', b) 进行交易，要么是 $a_i' \in [c_0, \bar{a})$。为了弄清这一点，请注意，只有当 a_i 弱偏好于 $[c_0, \bar{a})$ 中的价格时，才有 $a_i' \notin [c_0, \bar{a})$，也即是说，当 i 有机会改变策略且 $a_i > \bar{a}$ 时，他可能已经交易了。由于此序列中的要价是递减的，那么，$\{i_{h+1}, \cdots, i_m\}$ 中的所有卖者想出售东西时均能够完成交易。由于这些卖者可能已经交易了，于是他们改变价格将不会影响卖者 i 交易的能力。

现在我们再来讨论一下有关买者的类似问题。将 m 个内边际买者按其出价升序排列。于是，对于所有 h，集合 $\{j_1, \cdots, j_m\}$ 满足 $1 \leqslant j_h \leqslant m$，并且，

$$b_{j_h} < b_{j_{h+1}}, \ \forall h = 1, \cdots, m-1$$

m 个买者恰巧按此序列被选中的概率是 $(2N)^{-m}$，并且，当轮到买者 j_h 行动时，他以概率 $(\bar{a}, c_1]/v_{j_h}$ 选择区间 $(\bar{a}, c_1]$ 中的新价格。当然，给定其他行为人的选择，当且仅当他较之 b_{j_h} 弱偏好于新价格时，新价格才能成为新策略。因为买者 1 选择区间 $(\bar{a}, c_1]$ 中的价格的概率最小，这一系列事件发生的概率至少是：

$$(2N)^{-m}\left(\frac{(c_1 - \bar{a})}{v_1}\right)^m$$

一旦我们允许所有的内边际买者选择新策略，我们就会发现，对于每个买者 $j = 1, \cdots, m$，要么是 $a_j' \in (\bar{a}, c_1]$，要么是

买者 j 能够在状态 $x'=(a',b')$ 中交易。再者，这点来源于下面的事实：如果 $b_j'\in(\bar{a},c_1]$，那么 $b_j<\bar{a}$，并且，当买者 j 有机会改变时，他就能按照价格 b_j 进行交易。由于所有其他买者均出价更高，他们出价的改变不会影响买者 j。

笔者现在可以说所有的内边际买者和内边际卖者必定在状态 (a',b') 中交易。那些能在原初价格交易的卖者仍然可以这样做，因为买者价格的改变不会影响卖者的交易能力。同样，能在原初价格交易的买者也是如此。其他的内边际卖者 $i=1,\cdots,m$（相应地，买者 $j=1,\cdots,m$）则要价 $a_i'\in[c_0,\bar{a})$（相应地，$b_j'\in(\bar{a},c_1]$）。很清楚，所有的外边际卖者 $i=m+1,\cdots,N$（相应地，买者 $j=m+1,\cdots,N$）必定要价 $a_i<c_0$（相应地，$b_j>c_1$）。于是，市场制造者将通过在余下的内边际买者和内边际卖者中安排交易，来达到其利润的最大化。

因而，在 $n=2N$ 个期间后，以不小于：

$$\alpha=(2N)^{-2m}\left(\frac{(\bar{a}-c_0)}{(M-u_1)}\right)^m\left(\frac{(c_1-\bar{a})}{v_1}\right)^m$$

的概率 $X_n\in A'$。■

由于 $A'\subset A$，引理 3 意味着 A 自 $\mathbf{X}$ 是可达的。于是，引理 1 意味着从任何初始条件 x 出发，系统总会在有限时间内达到交易量最大化的状态。

引理 4 对于任何初始状态 x，X 以概率 1 在有限时间内达到 A，即 $L(x,A)=1$ 对于任何 $x\in\mathbf{X}$ 成立。

事实上，引理 1 所告诉我们的一个更强的结论是：$Q(x,A)=1$对于任何 x 成立。但我们不需要这个结论。因为，我们可以证明集合 A 是吸收的：一旦 X 达到A，它就以

概率1保持在那里。

引理5 集合 A 是吸收的。

证明 假设 $x(a,b)\in A$ 是一个类初始状态(a generic initial state),令 x' 表示随着某种实现的紧邻状态。如果在时期1被选中行动的行为人是已经交易了的行为人,那么,在新状态 x' 交易的仍然是同样的行为人集合。之所以会如此,是因为已行动的行为人不会改变他的价格,除非改变价格对他而言(弱)更优,并且这要求他进行交易。因为已行动的行为人只是在交易范围内改动他的价格,其他参与交易的行为人的身份并没有受影响。

如果被选中行动的行为人是不参与交易的行为人,则要么是他的新选择没有落在交易范围之内——在此情况下交易行为人的集合不变,要么是他的新选择落在了交易范围之内——在此情况下他代替了市场同一方的另一个交易行为人。然而,交易行为人的总数不能改变。由于我们已经达到了交易量的最大化,因而交易量只能下降,但这不会发生,因为,所有既存交易继续是有利可图的。■

向一个竞争结果收敛

由于我们已经确立了最大化交易量的不可避免性,我们可以证明马尔可夫链几乎一定会收敛到一个竞争结果。我们可以把分析限于交易 m 单位商品的类状态集合 A。然而,这再一次要求我们检验大量不同情况。我们可依照出价—要价范围,将这些情况加以分类。首先,对于任何状态 $x\in A$,令:

$$\alpha(x)=a_{i_m}\text{ 和 }\beta(x)=b_{j_m}$$

以定义边际要价 $\alpha(x)$ 和边际出价 $\beta(x)$,其中,卖者 $i_1,\cdots,$

$i_m,\cdots,i_N$ 按照要价递增排序，而买者 $j_1,\cdots,j_m,\cdots,j_N$ 按照出价递减排序。边际要价是状态 x 下被接受的卖者的最高要价；同理，边际出价是状态 x 下被接受的买者的最低出价。这些只是对要价和出价的 m 阶统计，分别按升序和降序排列。很明显，对于任何(类)状态 $x\in A$，$\alpha(x)<\beta(x)$成立。

对于 A 中的任何初始状态 x，令：

$$(\alpha_t,\beta_t)=(\alpha(X_t),\beta(X_t)),\forall\ t=1,2,\cdots$$

序列$\{\alpha_t\}_{t=1}^{\infty}$和$\{\beta_1\}_{t=1}^{\infty}$是具有一些有用特征的随机过程。如上所述，对于所有 t，以概率 1 有 $\alpha_t<\beta_t$。此外，

$$\alpha_t<u_{m+1}\Rightarrow\alpha_t\leqslant\alpha_{t+1}$$

并且，

$$\beta_t>v_{m+1}\Rightarrow\beta_t\geqslant\beta_{t+1}$$

为了弄清这点，考虑 $\alpha_t<u_{m+1}$时卖者的地位。由于存在 m 个参与交易的卖者，并且 α_t 是其最高可接受的要价，完成交易的卖者必定是 $i=1,\cdots,m$。在时期 $t+1$ 时，要么是没有卖者改变价格，即 $\alpha_{t+1}=\alpha_t$，要么是其中一个卖者选择改变，并发现一个更好的价格，该价格必然是更高的价格。这个价格变化要么使边际要价不变，要么使边际要价提高，因此在两种情况下都是 $\alpha_{t+1}\geqslant\alpha_t$。对第二重涵义的解释与之相同。这些单调性用于证明下面的收敛定理。令 B 表示两个边际价格都包含在竞争区间$[c_0,c_1]$内的状态集合，即：

$$B=\{x\in A\mid c_0<\alpha(x)<\beta(x)<c_1\}$$

定理 6 假设初始状态 $x\in B$，那么存在一个随机变量 X_∞使得：

$$\lim_{t\to\infty}\alpha_t=\lim_{t\to\infty}\beta_t=X_\infty\in(c_0,c_1),P_X\text{—a.s.}$$

并且，对于任何卖者 $i=1,\cdots,m$，$X_{it}\to X_{\infty}$ 几乎一定成立(相应地，对于任何买者 $j=1,\cdots,m$，$X_{jt}\to X_{\infty}$ 也几乎一定成立)。

证明 根据 $\{\alpha_t\}$ 和 $\{\beta_t\}$ 的单调性，$\lim\limits_{t\to\infty}\alpha_t$ 和 $\lim\limits_{t\to\infty}\beta_t$ 都存在，且不仅可测度，而且 $\lim\limits_{t\to\infty}\alpha_t\leqslant\lim\limits_{t\to\infty}\beta_t$。此外，我们还可以证明，对于任何 $\varepsilon>0$，存在一个 $\delta>0$ 使得 $|\alpha_t-\beta_t|>\varepsilon$ 意味着至少以 δ 的概率，$|\alpha_{t+1}-\beta_{t+1}|<\varepsilon/2$。为了弄清这一点，请注意，按照概率 $m(2N)^{-1}$，卖者 $i=1,\cdots,m$ 之一会被选中行动，并且他以概率 $\varepsilon/2(M-u_i)$ 选择区间 (α_t,β_t) 中的一个价格。那么，很显然，对于所有 t 而言，$|\alpha_t-\beta_t|>\varepsilon$ 的概率是 0，对于任何固定但任意的 $\varepsilon>0$ 都成立。因此，$\lim\limits_{t\to\infty}\alpha_t=\lim\limits_{t\to\infty}\beta_t=X_{\infty}\in(c_0,c_1)$ 满足要求。

为了证明单个买者和单个卖者的价格也收敛到 c，我们可以用同一思路来证明。例如，如果对于所有 t，$|X_{it}-\alpha_t|>\varepsilon$ 对任意固定的 $\varepsilon>0$ 成立，我们就能找到一个固定的 $\delta>0$，使得以概率 δ $|X_{it+1}-\alpha_{t+1}|<\varepsilon/2$。因此，对于所有 t 和任意固定 $\varepsilon>0$ 来说，$|X_{it}-\alpha_t|>\varepsilon$ 的概率必为 0，而且结合 $\{X_{it}\}$ 的单调性，可推出 $X_{it}\to X_{\infty}$ 几乎一定成立。关于买者的证明与之完全相类似。■

这一收敛定理为我们确立竞争结果提供了基本证据，因为，在极限处，我们让所有内边际行为人报同样的(随机)价格 X_{∞}，该价格属于竞争区间 $[c_0,c_1]$。然而，初始状态满足两个边际价格均属于区间 $[c_0,c_1]$ 的假设还有待证明。我们如何知道这样的状态将最终发生？事实上，在某些情况下，边际要价和边际出价只是渐进地靠近竞争区间。由于这个原因，竞

争的收敛定理采用了下面的形式。

定理 7 对于任意初始条件 x，以概率 1，要么(i) X 在有限时间内达到 B，在这种情况下，定理 6 告诉我们，马尔可夫链收敛到一个竞争结果，要么(ii) X 在有限时间内没有达到 B，但是 α_t 和 β_t 收敛到一个属于集合 $\{c_0, c_1\}$ 的共同极限。

(ii)部分的证明会相当冗长，并涉及排除大量其他可能的情况。在每种情况下，关键因素再次是 $\{\alpha_t\}$ 和 $\{\beta_t\}$ 的单调性。

情况 1

要考虑的第一种情况是区间 $[\alpha_t, \beta_t]$ 无限频繁地包含竞争区间在它内部的可能性。令 C 表示满足 $[c_0, c_1] \subset [\alpha(X), \beta(X)]$ 的状态集合，即：

$$C = \{x \in A \mid \alpha(x) < c_0 < c_1 < \beta(x)\}$$

下面的结论证明 $\{X_t\}$ 以概率 0 无限频繁地属于 C。引理 8 的思想是表明 B 是一个吸收状态，并且 B 是从 C 始终可达的。

引理 8 对于任何初始条件 x，$Q(x, C) = 0$。

证明 定理 6 意味着 B 是一个吸收集，因而注意到 $C \rightarrow B$，并接着运用推论 2 就足够了。为了说明 B 是从 C 始终可达的，注意以概率 $(2N)^{-1}$，卖者 $i = 1$ 在时期 $t + 1$ 时被选中，并且他按照概率 $(c_0 + c_1)/2(M - u_1)$ 在区间 $(c_0, (c_0 + c_1)/2)$ 中选择一个价格；同理，以概率 $(2N)^{-1}$，买者 $j = 1$ 在时期 $t + 1$ 时被选中，并且他按照概率 $(c_0 + c_1)/2v_1$ 在区间 $((c_0 + c_1)/2, c_1)$ 中选择一个价格。■

情况 2

通过运用情况 1 的结论，我们可以证明，α_t（相应地，β_t）必定无限频繁地大于 c_0（相应地，小于 c_1）。如果不是这样的

话，对于所有足够大的 t 值，边际价格 α_t 和边际价格 β_t 中的一个会落在竞争区间$[c_0, c_1]$之外，那么，引理 8 意味着另一个价格必须落在竞争区间之内。

引理 9　对于任何初始条件 x，以概率 1，下面的情况必居其一：

(ⅰ)$c_0 < \alpha_t < \beta_t < c_1$ 对于某个 t 成立；

(ⅱ)$\alpha_t < c_0$ 对于所有足够大的 t 成立；

(ⅲ)$\beta_t > c_1$ 对于所有足够大的 t 成立。

证明　假设情况(ⅰ)并不发生。那么，由于对于所有 t，$\alpha_t < \beta_t$，则 $\alpha_t < c_0$ 无限频繁地发生，或者 $\beta_t > c_1$ 无限频繁地发生。由于边际价格并非无限频繁地跨越竞争区间，除了有限的时期之外，$\alpha_t < c_0$ 蕴涵着 $\beta_t < c_1$，$\beta_t > c_1$ 蕴涵着 $\alpha_t > c_0$。于是，排除了情况(ⅰ)之后，除了有限的时期之外，$\alpha_t < c_0$(相应地，$\beta_t > c_1$)就蕴涵着 $\alpha_{t+1} < c_0$(相应地，$\beta_{t+1} > c_1$)，都成立。因此，对于(ⅰ)来说，(ⅱ)和(ⅲ)是仅有的替代选择。■

情况 3

如果引理 9 中的情况(ⅰ)成立，那么我们就完成了证明。但我们仍需证明，情况(ⅱ)和(ⅲ)并没有排除竞争结果。如果这些情况之一发生，边际价格收敛到恰当的终点，c_0 或 c_1，并未进入区间$[c_0, c_1]$。于是，交易发生的价格将在极限处是竞争性的，但是边际交易可以在边际交易者和外边际交易者之间不确定地摆动。例如，随着马尔可夫链的某种实现(样本路径)，对于所有足够大的 t，我们可能得到 $\alpha_t < c_0$；于是，当 $t \to \infty$ 时，$\alpha_t \to c_0$。遗憾的是，我们不能分析个人的样本路径，因为它们发生的概率为 0。因此，我们不得不按照状态集合重新对此给出解释。

对于任意 $\varepsilon>0$,令 A_ε 表示满足下面条件的状态 $x=(a,b)$的集合,

$$a_i \leqslant \min\{v_m, u_{m+1}\} + \varepsilon, \text{对于所有 } i=1,\cdots,m$$

并且,

$$b_j \geqslant \max\{u_m, v_{m+1}\} - \varepsilon, \text{对于所有 } j=1,\cdots,m$$

引理 10 表明,从任何初始状态 x 开始,对于任何 ε,A_ε 自状态空间 **X** 中的任何一点都是始终可达的。不幸的是,该引理的证明虽然非常直接,但是相当冗长。它包括考虑任意初始状态,并归纳式地证明:按照正的概率,卖者降价和买者提价将导致内边际交易者选择接近竞争区间的价格。

引理 10 对于任何 $\varepsilon>0$,$X \rightarrow A_\varepsilon$。

证明 我们将更精确地证明,对于任何 x 和 $\varepsilon>0$,存在一个整数 $n>0$(不依赖 ε 和 x)和数 $\gamma>0$,使得 $P^n(x,A_\varepsilon)\geqslant\gamma$。我们从卖者开始,接着再对买者进行论证。按照抑或是 $v_m>u_{m+1}$,抑或是 $u_{m+1}>v_m$,我们需要区分两种不同的情况。■

情况 A $v_m>u_{m+1}$

在这种情况下,令 $x=(a,b)$为初始状态并考虑前 $m+1$ 个卖者,$i=1,\cdots,m+1$。将他们按其要价降序排列:$i=i_1,\cdots,i_{m+1}$使得 $a_{i_h}>a_{i_{h+1}}$对于 $h=1,\cdots,m$ 成立。注意到我们只考虑类初始状态,其中不存在平局(ties)。由于平局发生的概率为 0,这在后面的讨论中不失任何一般性。现在,假设这些行为人恰巧按此顺序被选中改变策略。其发生的概率是 $(2N)^{-(m+1)}>0$。考虑第一个卖者 i。如果 $a_{i_1}\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$,则无需更多的证明,故直接假设 $a_{i_1}>u_{m+1}+\varepsilon$。在这一价

格下,行为人不能交易,因为至多 m 个卖者能交易,市场制造者总是将交易分配给要价最低的卖者,并且存在 m 个要价较低的卖者。因此,当有机会改变策略时,该卖者将在区间$[u_{i_1},M]$上随机选择,选择价格 $a_{i_1}'\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$ 的概率$(u_{m+1}+\varepsilon-u_{i_1})/(M-u_{i_1})>0$。

现在考虑第二个卖者。如果该卖者目前选择价格 $a_{i_2}\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$,则无需更多的证明。如果 $a_{i_2}>u_{m+1}+\varepsilon$,则卖者 i_2 具有最高的价格,因而无法交易。于是,当他在区间$[u_{i_2},M]$上随机选择时,其选择价格 $a_{i_2}'\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$ 的概率为$(u_{m+1}+\varepsilon-u_{i_2})/(M-u_{i_2})>0$。

为了通过归纳来完成这个证明,假设 $a_i'\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$ 对于 $i=i_1,\cdots,i_h$ 成立并考虑 i_{h+1}。如果 $a_{i_{h+1}}\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$,则无需证明,因而假设 $a_{i_{h+1}}>u_{m+1}+\varepsilon$。那么,$i_{h+1}$不能在此价格下交易(因为有 m 个更低的价格),于是当卖者 i_{h+1}有机会改变时,他将在区间$[u_{i_{h+1}},M]$上随机选择一个新价格 $a_{i_{h+1}}'\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$,其概率为$(v_{m+1}+\varepsilon-u_{i_{h+1}})/u_{i_{h+1}}$。通过归纳,我们已证明对于所有 $i=i_1,\cdots,i_{m+1}$,在恰好 $m+1$ 个期间内 $a_i\leqslant u_{m+1}+\varepsilon$ 的概率为正。事实上,因为卖者 $m+1$ 在可接受区间内选择价格的概率最小,所以该事件的概率至少为:

$$\frac{(2N)^{-(m+1)}\varepsilon^{m+1}}{(M-u_{m+1})^{m+1}}$$

情况 A′ $u_{m+1}>v_m$

在这种情况下,将前 m 个卖者 $i=1,\cdots,m$ 按其要价降

序排列:对于 $h=1,\cdots,m-1$,$i_1,\cdots,i_m$ 满足 $a_{i_h}>a_{i_{h+1}}$。于是,这些卖者恰巧按此顺序被选中改变其要价的概率是 $(2N)^{-m}$。如果 $a_{i_1}>u_{m+1}$,他将无法交易,因为 $m-1$ 个卖者有更低的价格并且只有 $m-1$ 个买者愿意在高达 a_{i_1} 的价格下购买。因此,这个卖者将在区间 $[u_{i_1},M]$ 上随机选择一个价格 $a'_{i_1}\leqslant v_m$,其概率为 $(v_m-u_{i_1})/(M-u_{i_1})$。假设所有卖者 $i=i_1,\cdots,i_h$ 都选择了价格 $a'_i\leqslant v_m$,并且 $a_{i_{h+1}}>v_m$。那么,i_{h+1} 在其当前价格下不能交易。当他有机会改变策略时,他将在区间 $[u_{i_{h+1}},M]$ 上随机选择一个价格 $a_{i_{h+1}}\leqslant v_m$,其概率为 $(v_m-u_{i_{h+1}})/u_{i_{h+1}}$。通过归纳,我们已证明,所有卖者 $i=1,\cdots,m$ 将在恰好 m 个期间选择一个不高于 v_m 的价格,其概率不低于:

$$\frac{(2N)^{-m}(v_m-u_m)^m}{(M-u_{m+1})^m}$$

我们将类似方法运用于买者,此时将区分开 $v_{m+1}>u_m$ 和 $v_{m+1}<u_m$ 两种情况。

情况 B $v_{m+1}>u_m$

在这种情况下,买者 $m+1$ 有时与买者 m 竞争交易。取前 $m+1$ 个买者 $j=1,\cdots,m+1$,并按其出价升序排列为 $j_1,\cdots,j_{m+1}$,以使得 $b_{j_h}<b_{j_{h+1}}$ 对于所有 $h=1,\cdots,m$ 成立。买者恰巧按此顺序被选中改变其策略的概率是 $(2N)^{-(m+1)}$。考虑买者 j_1 的决定。因为他在 $m+1$ 个买者中出价最低,所以他不可能进行交易。因此,他的新策略将从区间 $[0,v_{j_1}]$ 上随机选择一个价格 $b'_{j_1}\geqslant v_{m+1}-\varepsilon$,其概率为 $(v_{j_1}-v_{m+1}+\varepsilon)/v_{j_1}$。假

设$b_j'\geqslant v_{m+1}-\varepsilon$对于$j=j_1,\cdots,j_h$成立并考虑$j_{h+1}$。如果$b_{j_{h+1}}\geqslant v_{m+1}-\varepsilon$,则无需证明,因而假定$b_{j_{h+1}}<v_{m+1}-\varepsilon$。那么,$j_{h+1}$不能在此价格下交易(因为有$m$个更高的价格),于是当买者$j_{h+1}$有机会改变时,他将在区间$[0,v_{j_{h+1}}]$上随机选择一个新价格$b_{j_{h+1}}'\geqslant v_{m+1}-\varepsilon$,其概率为$(v_{j_{h+1}}-v_{m+1}+\varepsilon)/v_{j_{h+1}}$。通过归纳,我们已证明对于所有$j=j_1,\cdots,j_{m+1}$,在$m+1$个期间内$b_j\geqslant v_{m+1}-\varepsilon$的概率为正。事实上,因为买者$j=m+1$选择可接受价格的概率最小,所以该事件的概率至少为:

$$\frac{(2N)^{-(m+1)}\varepsilon^{m+1}}{{v_{m+1}}^{m+1}}$$

情况 B′ $v_{m+1}<u_m$

将前m个买者按其出价升序排列:对于$h=1,\cdots,m-1$,$j_1,\cdots,j_m$满足$b_{j_h}<b_{j_{h+1}}$。于是,这些买者恰巧按此顺序被选中改变其要价的概率是$(2N)^{-m}$。如果$b_{j_1}<u_m$,他将无法交易,因为$m-1$个买者的价格更高,并且只有$m-1$个卖者愿意接受b_{j_1}这样低的价格。因此,这个买者将在区间$[0,u_{j_1}]$上随机选择一个价格$b_{j_1}'\geqslant u_m$,其概率为$(u_m-v_{j_1})/v_{j_1}$。假设所有买者$j=j_1,\cdots,j_h$都选择了价格$b_j'\geqslant u_m$,则j_{h+1}在其当前价格下不能交易。当他有机会改变策略时,他将在区间$[0,v_{j_{h+1}}]$上随机选择一个价格$b_{j_{h+1}}\geqslant u_m$,其概率为$(u_m-v_{j_{h+1}})/v_{j_{h+1}}$。通过归纳,我们已证明,所有买者$j=1,\cdots,m$将在$m$个期间内选择价格$b_{j_1}'\geqslant u_m$,其概率不低于:

$$\frac{(2N)^{-m}(u_m-v_m)^m}{v_m^m}$$

这两种分别对卖者和买者的连续论证显然达致了合意的结果。请注意，无论在情况 A 还是在情况 B 中，对于卖者或买者来说，到达集合 A_ε 的概率均依赖于 ε 的值。这源于如下事实：我们利用外边际卖者或外边际买者(extra-marginal sellers or buyers) $m+1$ 来分别惩戒(discipline)内边际卖者和内边际买者(infra-marginal sellers or buyers)，并且他选择可接受价格的机会与 ε 成比例。■

因为引理 10 对于任意 $\varepsilon>0$ 成立，我们得出如下结论：即使在引理 9 的情况(ⅱ)和情况(ⅲ)中，边际价格 $\{\alpha_t\}$ 或 $\{\beta_t\}$ 之一的极限点是包含在竞争区间 $[c_0, c_1]$ 之内的。

引理 11 假设 $\alpha_t < c_0$(相应地，$\beta_t > c_1$)对于所有足够大的 t 成立，则 $\lim_{t\to\infty}\alpha_t = c_0$(相应地，$\lim_{t\to\infty}\beta_t = c_1$)。

证明 令 A_n 为 $\varepsilon=1/n$ 时的集合 A_ε，并且令：

$$\Omega_n = \{\omega \in \Omega \mid X_t \in A_n \text{ i.o.}\}$$

其中"i. o."表示对于除有限数量的 t 之外的所有 t。由于 $P_X(\Omega \setminus \Omega_n)=0$，

$$\begin{aligned} P_X(\cap_{n=1}^{\infty}\Omega_n) &= P_X(\Omega \setminus \cup_{n-1}^{\infty}(\Omega \setminus \Omega_n)) \\ &\geqslant 1 - P_X(\cup_{n-1}^{\infty}(\Omega \setminus \Omega_n)) \\ &\geqslant 1 - \sum_{n=1}^{\infty} P_X(\Omega \setminus \Omega_n) = 1 \end{aligned}$$

令 $\Omega' = \cap_{n=1}^{\infty}\Omega_n$ 并且令：

$$\Omega_0' = \{\omega \in \Omega' \mid \alpha_t < c_0 \text{ i.o.}\}$$

并且，

$$\Omega_1' = \{\omega \in \Omega' \mid \beta_t > c_1 \text{ i.o.}\}$$

那么通过构造，我们得到对于任何 $\omega \in \Omega_0'$(相应地，任意

$\omega \in \Omega_1'$), $\alpha_t(\omega) \nearrow c_0$(相应地,$\beta_t(\omega) \searrow c_1$),证毕。■

通过类似的证明,我们可以得出,在引理 9 的情况(ii)和情况(iii)中边际价格均收敛。

引理 12 假设 $\alpha_t < c_0$(相应地,$\beta_t > c_1$)对于所有足够大的 t 成立,则 $\lim\limits_{t \to \infty} \beta_t = c_0$(相应地,$\lim\limits_{t \to \infty} \alpha_t = c_1$),其中的极限像通常一样几乎一定成立。

证明 对于任何 $\varepsilon > 0$,令 B_ε 表示满足 $\alpha(x) < c_1 - \varepsilon$ 和 $\beta(x) > c_1$ 的状态集合,即:

$$B_\varepsilon = \{x \in A \mid c_0 < \alpha(x) < c_1 - \varepsilon < c_1 < \beta(x)\}$$

其中,A 是与最大化交易量一致的状态集合。对于任何状态 $x \in B_\varepsilon$,进入集合 $B = \{x \in A \mid c_0 < \alpha(x) < \beta(x) < c_1\}$ 的概率是有限偏离 0 的正数。举例来说,以概率 $m/2N$ 内边际买者被选中行动,并且以至少为 ε / v_1 的概率选择区间 $[c_1 - \varepsilon, c_1]$ 上的价格。一旦在集合 B 中,系统就不再离开,因此我们可以使用前面的论证去证明系统不能无限频繁地在集合 B_ε 中:对于任何初始状态 x 和任何固定但任意的 $\varepsilon > 0$,

$$P_x(X_t \in B_\varepsilon \text{i.o.}) = 0$$

由于我们也已经证明了系统不能无限频繁地停留在一个跨越的位置上,于是,定义 $B_\varepsilon' = \{x \in A \mid \alpha(x) < c_1 - \varepsilon < c_1 < \beta(x)\}$,我们有:

$$P_x(X_t \in B_\varepsilon' \text{i.o.}) = 0$$

从这一点立刻得出,在具有全部测度的 Ω 的一个子集上,如果引理 9 的情况(iii)发生,那么 $\alpha_t \to c_1$。

通过一个完全类似的论证,证明在引理 9 的情况(ii)下 $\beta_t \to c_0$。■

因此,在引理 9 的情况(ⅱ)和情况(ⅲ)下,我们已证明了边际价格会收敛到竞争区间$[c_0, c_1]$上的元素。由于边际价格只渐进地逼向竞争区间,外边际行为人$i = m + 1$和$j = m + 1$可能会无限频繁地交易。然而,这种交易很少发生,因为随着边际价格收敛到c_0或c_1,外边际行为人能够在任何期间交易的概率趋向于 0。

4.4 扩展

有限策略集合

虽然我们一直在分析一个简单模型,但分析仍然显得十分复杂。本章分析的某些复杂性与状态空间 **X** 是一无限集合的事实相关。那么,这很自然地出现一个问题:如果用一个有限子集替代 **X**,分析能否简化?

例如,如果行为人被限于从有限数量的出价和要价中作选择,可取策略组合的集合就是有限的。系统的行为由一个有限的马尔可夫链来表示,这将减少一些技术上的复杂性。

可接受价格必须属于有限集合这一假设具有一定的现实性。在现实中,一个不可分割商品的价格必须是最小货币单位(分,里拉,等等)的整数倍,并且由于在这种情形中价格实质上是有限的,这就意味着只有有限数量的价格需要考虑。

有限数量价格的假设在某些方面简化了分析,在另一些方面却使分析更为复杂。如果价格是一个连续统,两个行为人采取相同价格的概率为 0,因而我们就不必担心平局(ties)

问题。如果价格必须是货币单位的整数倍，那么很自然地假设每个行为人能够从同一个价格集合中选择，这就使平局成为一个可能事件。对于系统的演化而言，如何处理平局问题可能是很重要的。例如，如果商品在一个平局的情况下被随机分配，那么系统将很难稳定下来，除非某个行为人能够削价与别的行为人抢生意。假设两个买者的底价(reservation values)非常接近，并且在两个底价之间没有其他价格存在，那么，两者最后会报出相同价格，交易将在他们之间来回跳跃，直到其中一人抬高他的出价。

规避平局的一个方法是假设不同的行为人有不同的可接受价格集合。从最小货币单位方面的有限性目的来说，这似乎有点别扭，但它的确管用。没有两个行为人有相同底价的假设在前面的模型中起了类似的作用。

即使可接受价格的集合能够保证在任何两个底价之间存在一个可接受价格，仍然有一个其他问题。举例来说，假设有一个底价为 3 的买者和底价分别为 1 和 2 的两个卖者，称他们为行为人 1，行为人 2 和行为人 3。于是竞争均衡价格必定落在闭区间[1,2]上。假设大于 2 的最小可接受价格是 2.1。如果 2.1 属于卖者 1 的价格集合，那么卖者 1 可以把握边际价格，卖者 2 则毫无办法。另一方面，如果 2.1 属于卖者 2 的价格集合，那么在某个时刻卖者 1 为了交易必须选择低于 2 的要价，因此边际价格最终将落在竞争区间之内。收敛是否发生，恰恰依赖于我们怎样选择可接受价格。

如果可接受价格的网格(grid)足够完美，结果就可能是近似于竞争性的。换句话说，我们能够证明一个当 $t\to\infty$ 时，刻画渐近价格的极限定理，并且能够证明另一个刻画这些价

格的极限定理，即价格网格变得越来越细直到接近连续状态空间 X。事实上，对于价格网格的某些选择而言，渐近价格（当 $t \to \infty$）仍然落在定理 7 中情况（ⅱ）的类似竞争区间之外。

取极限向我们提供了定理 7 的一个类似结果，但是较之直接处理连续状态空间 X，这不可能是件更容易的事，在某些方面还可能更为复杂。

交易多个单位

这一章所提出的理论有一个重要简化，即假设每个行为人愿意交易一个单位的商品。对某些市场而言，这一简化是合理的（例如，劳动力市场或耐用消费品市场），而且，已有大量文献证明，借助于这一假设，经济学理论已取得了许多实质性的进展。尽管如此，这是个约束性的假设，并且限制了理论的适用性。

正是出于对完全竞争的兴趣，这一假设的一个特征令人担忧。只要每个行为人至多想交易一个单位的商品，他就绝没有激励去扭曲他的需求或供给以影响价格：行为人只有两种选择，交易或者不交易。如果他不交易，他的得益为 0，且与价格无关。因此，为了得到正的得益，行为人必须交易。他将试图以最最好的价格进行交易，但是，在交易数量和价格之间却没有可用的替代。

在任何有限数量行为人的市场上会得到竞争性结果，这一事实实在令人惊讶。有人可能怀疑每个行为人只交易一单位商品的假设对这一结果有影响。为此，检验行为人能够交易多单位商品的市场情形就变得非常重要了。

当行为人希望交易多于一单位的商品时，他立刻面对价格和数量之间替代的可能性。当行为人被迫按相同出价或要价交易所有单位时，这一点显示得最清楚不过了。于是，为了多交易一个单位，卖者将不得不降低出售所有单位商品的价格，而反过来，买者必须提高他对所有单位商品的出价。但这并非是扩展模型的惟一方法。事实上，有很多种处理方法，结果也不尽相同。

扩展模型的最简单途径可能是采用本章里的行为规则，以一组行为规则来描述每个行为人，每条规则适用于每单位交易的商品。为了简化起见，假设有一个单一的卖者和一个单一的买者。假设卖者有某种商品的 N 个不同单位，假设买者对某种商品有 N 种不同用途。于是卖者的偏好由一系列估价 $u=(u_1,\cdots,u_N)$表示，其中 $0<u_1<u_2<\cdots<u_N$，买者的偏好由一系列估价 $v=(v_1,\cdots,v_N)$表示，其中 $v_1>v_2>\cdots>v_N>0$。这一解释也就意味着，u_i 是卖者对第 i 单位商品的估价，v_j 是买者对一单位商品 j 用途的估价。请注意，这些不是边际估价，即这些并非是买卖第 n 单位商品的价值。这些估价是赋予商品的可识别单位和商品的可识别用途的。这一点要求我们假设卖者认为不同单位的商品有某种程度的区别，这不依赖于出售的数量；买者认为不同单位的商品是一样的，但同一商品的不同用途有着不同估价，这也不依赖于购买的数量。

卖者选择一系列要价 $a=(a_1,\cdots,a_N)$，其中 a_i 表示对第 i 单位商品的要价，买者选择一系列出价 $b=(b_1,\cdots,b_N)$，其中 b_j 表示对用于 j 用途的一单位商品的出价。然后，出价和要价由利润最大化的市场制造者匹配。

关键的问题是要价和出价是如何选择的。由于我们对偏好所作的特殊假设,为独立于买卖数量的商品给出要价和出价是可能的。这就意味着不同单位/用途的价格可以独立地变化。事实上,将该卖者视为 N 个卖者的集合也是可能的,并且每个卖者有不同的估价;将该买者视为 N 个买者的集合也是可能的,并且每个买者有不同的估价。因此,一种模型化一个买者或一个卖者行为的方法就是采用前面的行为规则,即选择每个价格以最大化每单位商品所实现的剩余。这样,就可以应用前面的分析,即使在市场中只有两个行为人,我们也可得到收敛定理。

作为思想试验,为了弄清楚如何运用本章得出的结论去理解在个人交易多单位商品的市场上的行为,这个练习有一定的价值。然而,因为许多缘由,它并不能令人完全信服。

首先,当一个行为人调整对第 i 单位商品的要价或对第 j 商品的出价时,他并不必然选择一个更好的策略。原因在于,他是跟自己竞争,即提高这一单位商品赚得的剩余可能减少在另一单位商品上赚得的剩余。事实上,作为按照这种方式改变策略的结果,他的最终境况可能恶化。

对于这一批评可能有两种回应。一种回应是,如果目标是模型化有限理性,行为规则有一些不一致就不会是太糟糕的事情。引入更多理性并不一定就使得模型更为现实。另一种回应是,如果市场中有很多买者和卖者,一个行为人改变某单位商品价格而影响到他另一单位商品剩余的概率很小,于是这可以忽略不计。

还有一个可能更为严重的批评是,通过假定行为人独立选择不同单位商品的价格,我们将不切实际的竞争引入模型。

行为人不可能发现通过同时改变不同单位商品的价格他可以施加市场垄断力量来提高自己的福利。实际上，通过使用单位商品上所赚得的剩余作为是否改变策略的标准，我们甚至都不能允许行为人考虑他的效用是如何随着策略改变而改变的。

最后，偏好的具体内容是人为确定的。这里不允许通常自然的解释，即 u_i 是卖者对出售的第 i 单位商品的估价，v_j 是买者对购买的第 j 单位商品的估价。如果效用是购买或出售的单位数量的函数，我们就不能独立于其他单位确定对第 i 单位或第 j 单位商品的策略。

这样一来，假设我们采用更为标准的解释：每多出售的一单位商品会产生一个更高的边际负效用（成本），每多购买的一单位商品则产生一个更小的边际效用。和前面一样，我们通过假设一个单一的买者和一个单一的卖者，各自选择要价 $a=(a_1,\cdots,a_N)$ 和出价 $b=(b_1,\cdots,b_N)$ 来说明这个模型。我们对策略加以限制，以排除明显的占优策略。但是，只要可取策略集合是有限的，且包含了通常的策略，这一点就不重要了。

与常规一样，假设市场制造者选择交易以最大化利润，但是这里他的配置将必须考虑买者和卖者的出价顺序。如果他选择交易 n 单位，那么利润是：

$$\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{n} a_i$$

这是因为卖者除非交易了第 1，2，… 和第 $(n-1)$ 单位商品，否则不可能交易第 n 单位商品。

在每一时期，我们随机地选择一个行为人改变策略，他从

可取策略集合中随机选择一个策略。如果该策略优于当前策略,他就采用;否则,他就保留当前策略。

搜寻更优策略的路径可以由多种方式来建构。行为人可以在某个时刻改变一单位商品的价格,或者同时改变所有单位商品的价格。这些建模选择对于系统的行为有着重要的影响。首先,让我们考虑行为人每次改变一个价格的情况。假设策略是有限的,即 $u_i \leqslant a_i \leqslant M$ 且 $0 \leqslant b_j \leqslant v_j$。那么,交易剩余总是非负的,而且行为人将不再限制他的交易,这一点与前面按更好价格执行同一交易有所不同。如果行为人每次只调整一单位商品的价格,模型将具有下面的性质:一旦达到交易的最大数量,就将永远保持下去。原因是,一方面,行为人将不再选择减少交易量;另一方面,他只有从市场同一方的另一行为人那里窃取来一单位商品才能增加自己的交易量。这一点就意味着,如果每次只改变一单位商品的价格,本章模型的分析就可以扩展开来以证明收敛性。

均衡价格会收敛到竞争区间吗?这一点还不是很清楚,但是与伯特兰德(Bertrand)竞争的相似性意味着可能证明一个竞争性极限定理,甚至在有限数量行为人的情况下,也可以做到这一点。

一旦达到就永远保持最大交易量的特征,是建立在行为人每次只改变一个价格的假设之上的。如果行为人可以同时改变几个价格,模型就不具有这一特征了。例如,如果行为人同时能够通过改变内边际单位(infra-marginal unites)商品的价格来足够获利,则减少交易量可能是有利的。本章中最大化交易量特征在收敛性分析中起到了非常重要的作用。当多单位商品被交易而不同单位商品的价格可以同时改变时,如

果这一特征不再成立，这就意味着对这种情况的分析要困难得多。

如果向某点收敛仍然成立，这"某点"是完全竞争的吗？行为人认识到在价格—数量之间存在替代关系这一点说明，同时改变价格将导致不完全竞争。在这样的情况下，将需要大量的买者和卖者达致一个完全竞争结果。

一个同时改变价格的重要特例是，行为人必须为交易的所有单位商品采取统一价格，并可能伴随着对交易数量的限制。对交易的限制是有必要的，因为如果不是这样的话，行为人就会冒将市场逼进非盈利价格角点解的风险。我们之所以对这一情况发生兴趣，是因为它使报价和交易数量之间的关系非常紧密，因而这突出了不完全竞争的重要性。再一次地，要达致完全竞争结果，大量的买者和卖者可能是必需的。

多种商品

将分析限制于一个单一市场（即单一商品的市场）与交易一单位商品的限制非常相似。如果每个买者和每个卖者只在一个市场活动，那么将之扩展到多种商品对到这里为止的理论论辩毫无用处：有着多个市场的经济只是单一市场经济的集合，各个单一市场经济之间并没有任何实质上的相互作用。于是，为了使扩展有意义，就要求行为人在多个市场上进行买卖（至少买卖两种商品）。

把模型定义扩展到考虑多种商品并不困难，特别是如果我们保留拟线性效用函数的假设，更是如此。为简化起见，假设行为人对每种商品至多只交易一单位，但是除了交换量度单位（货币）之外还有有限种类的商品，标为 $h=1,\cdots,l$。存

在有限数量的卖者 $i=1,\cdots,N$，每个卖者按要价 $a_i \in \mathbf{R}_+^N$ 出售一个向量 $x_i \in \{0,1\}^N$ 的商品并获得得益 $a_i x_i - u_i(x_i)$，其中 $-u_i(x_i)$是放弃 x_i 的负效用。类似地，存在有限数量的买者 $j=1,\cdots,N$，每个买者按出价 $b_j \in \mathbf{R}_+^N$ 购买一个向量 $x_j \in \{0,1\}^N$ 的商品并获得得益 $v_j(x_j) - b_j x_j$。

将行为规则应用到多种商品的情况并没有什么困难，因为，每种不同的商品有自己的价格，并且每个市场的供需匹配可以独立于其他市场而单独完成。这样，可以随机地选择一个行为人来改变他的策略，并假设他随机选择一种商品，并且为该商品随机地选择一个新的出价—要价。如果新价格提高了行为人的得益，则行为人采用新价格；否则，行为人保留当前价格。这种详细说明有利于简化，并允许我们直接扩展对单一商品模型的分析。然而，它有个不好的特点是，那种只有通过一次改变两个价格才能达到的改进被排除掉了。

用一个例子就可以清楚地说明这一点。假设有两种商品 A 和 B，三个买者 A、B 和 C。买者 A 喜欢商品 A，买者 B 喜欢商品 B，买者 C 喜欢商品 A 和 B。更精确地说，假设对于所有 j，$v_j(0)=0$ 并且，

$$v_A(0,1) = 0; v_A(1,0) = v_A(1,1) = 2$$

$$v_B(1,0) = 0; v_B(0,1) = v_B(1,1) = 2$$

$$v_C(1,0) = v_C(0,1) = 1; v_C(1,1) = 6$$

于是，买者 A 将为每单位商品 A 最多支付 2；买者 B 将为每单位商品 B 最多支付 2；买者 C 将为每单位商品 A 或 B 最多支付 1，而为一单位商品 A 和一单位商品 B 的组合最多支付 6。于是，买者 C 对两种商品的估价是潜在最高的，但是

只有当他可以对每种商品各买一单位时才达到最高估价。如果他只能购买一种商品，则买者 A 和 B 在他们各自的市场上都具有更高的估价。

为了简化，假设有一个单一卖者，他拥有每种商品各一单位，且他对每种商品每单位的估价为0。

现在考虑这样的情况：买者 A 和 B 都按价格 $1<p<2$ 购买一单位商品，并且买者 C 对两种商品的出价都低于 p。如果买者 C 有机会去改变他对其中一种商品的出价，他会发现出价高于 p 并非有利可图，于是他不可能成为购买者。如果卖者要价 p，那么我们就得到均衡。另一方面，如果买者 C 能够同时改变两个出价，他在两种商品上都能从买者 A 和 B 那里得到边际出价。

这就意味着应当允许行为人同时搜寻所有商品的更优价格。然而，这一模型的分析并非如此简单。由于商品的边际估价依赖于交易的其他商品，行为人可能发现自己陷入了没有回报的交易。结果是，由这一规则所定义的过程不具有最大化交易量的性质。再举一例可以使之更加清楚。假设买者 C 对两种商品提出边际出价，即 $b_C=(1,1.5)$。那么，买者 A 有机会改变他的策略，并且通过为商品 A 出价 1.5 从买者 C 处争得边际出价。于是买者 C 发现自己为一单位商品 B 出价 1.5，这单独看来并不理性。所以，如果 C 接下去有机会改变策略，他可能以选择不交易来结束，即提出低于商品 B 的边际出价的价格。如果其他买者也为商品 B 提出低出价，那么商品 B 可能就没有交易了。因而，在多种商品情况下，交易量可能下降，这一点与单一商品情况不同。

从一个市场上的交易可能影响其他市场上支付的价格的

意义上来说，在多种商品模型中，价格和数量之间存在一种替代关系。在上面的例子中，当买者 C 消费 1 单位其他商品时，他对这种商品的边际支付意愿提高。反之也可能发生。假设买者 C 的偏好满足：

$$v_C(1.0) = v_C(0,1) = 1; v_C(1,1) = 1.5$$

这样，当买者 C 不消费商品 B 时，他至多愿意为 1 单位商品 A 支付 1，当他已经按价格 b 购买 1 单位商品 B 时，他至多愿意为 1 单位商品 A 支付 $1.5-b$。如果买者 A 和 B 交易两种商品，他们可能通过试错法发现，让买者 C 拥有 1 单位商品 B 就可以降低买者 C 在商品 A 上的竞争，于是，也就降低了他们必须为商品 A 所支付的价格。

一个有趣的问题是，正如多单位单一商品情况下在价格—数量之间存在着替代关系那样，是否两个市场间的相互作用导致了一种不完全竞争？

从局部均衡到一般均衡

在前面的分析中，笔者是将多种商品当作多个市场来建立模型的；但在这些模型中，“市场”并没有被真正明确分开，也没有加以区分。我们可以说对每种商品来说有一个市场，但这只是一种简单的说法。行为人同时交易并为所有商品叫价。由于每个行为人同时参加所有的“市场”，我们可以等价地说所有商品在单一市场上交易。

同样，在前面几章讨论的模型中，我们有时假设一个单一商品（加上货币），有时则假设一个有限但任意多种类的商品。我们可以把前者解释为单一市场模型（局部均衡模型），而把后者解释为多市场经济模型（一般均衡模型），但他们之间没

有根本性的差异。对行为的详细说明以及均衡在本质上是相同的。因而,在第 2 章所研究的模型中,假定所有行为人在同一地点相互匹配,并且,如果他们匹配了,他们提供的交易是商品组合,而非单个商品。不同商品在不同市场上交易是没有任何意义的。

如果单个市场模型与具有多个市场的经济模型的惟一区别是商品空间的维度,那么这样一来,具有多个市场的经济的均衡就可以按单一市场的方式达到。这一点与经济学思想史中一个由来已久的传统相矛盾,这一传统是从凯恩斯(John Maynard Keynes)开始的(如果不是更早的话)。这一传统认为,一个经济的均衡的决定从根本上说是不同于一个马歇尔市场(a Marshallian market)中的均衡的决定的。

笔者要说明的是,虽然这里所发展的理论似乎是一般均衡理论,实际上它并未严格区分局部均衡和一般均衡。更令人信服的一般均衡模型可能在许多方面不同于这一模型。之所以产生这一差异,一个重要的原因是要意识到市场是各不相同的,并且,在某一给定时点,并不是所有个人都参与到所有市场。这反过来也意味着,达致一个有效率的资源配置比我们这里所建立起来的模型所显示的要更为困难。

5

跋

当亚当·斯密(Adam Smith)写作"看不见的手"如何起作用时——即它是如何引导自利的个人促进有效率的资源配置的，在他的心目中已经是一个分权的和复杂的经济。在这一经济中，每个人都是沧海一粟，并缺乏有关整个经济的知识。他们追求着自己的个人私利，几乎不考虑构成经济生活复杂过程的其他方面。秩序源自于这些行为人的非协调决策，这仍然是一个了不起的洞见。

以阿罗—德布鲁—麦肯齐(Arrow - Debreu - McKenzie，以下简称为 ADM)模型为巅峰代表的竞争一般均衡理论，是斯密思想的一种绝妙程式化。迄今为止，它仍然是我们所拥有的对市场体制活力的最好的理性证明。它还提供了至今仍应用于许多经济学领域的一个分析模型。尽管 ADM 模型十分精妙且强而有力，然而，它却难以表达斯密"看不见的手"这一思想的博大精深。这主要是因为，我们将 ADM 模型所代表的决策框架作为完全竞争范式，将整个经济简化成了一个单一的拍卖市场。虽然 ADM 模型能够被

解释为一个完整经济中的一般均衡理论,但它在局部均衡和一般均衡之间的确没有做出严格的区分。它允许存在任意多种类的商品,甚至无穷多。这一点经常被认为是存在大量市场。更准确地说,应该是在一个单一市场中任意多种类的商品可以同时交易。无论如何,这一模型的性质从根本上没有考虑商品和市场的种类数,因而这并不是一个市场的种类数很重要的理论。

第4章结尾已经指出,我们已经讨论的模型,如ADM模型,并没有严格区分局部均衡和一般均衡。有多种方法使这些模型更为现实。笔者这里只希望强调两点:市场的不完备和市场参与的不完全。

市场不完备很早就被人们意识到了。ADM模型按照物理性质、送货的时间和地点、相机送货的自然状态等来区分商品,并且假设当所有商品能够交易时,市场就存在了。显然,从真正意义上来说,在同一地点和同一时刻交易所有商品是不可能的,从这种意义上说,市场是"不完备的"。不完备市场的一般均衡(general equilibrium with incomplete market,简称GEI)模型已经被开发出来,用以解决当所有商品不可能同时交易时所产生的跨期(intertemporal)问题。因为每种商品可以在某一时刻交易,交易在时间上必须是连续的。这种不完备非常重要,因为它限制了行为人分担风险和有效平滑消费和生产流量的能力。

存在一些特殊条件,在这些条件下,正如在ADM模型中所显露出来的那样,一些并不是真正意义上完备的市场在效率上却是完备的,因为这些市场允许通过少量商品和证券的动态交易来达到资源的有效率配置。这是对古典理论的一个

重要扩展，并在金融中有极其重要的应用。但是，就理解经济协调问题而言，当市场有效地不完备时，更有意思的可能性出现了，资源的配置结果并非必然是有效率的。

另一种不完备性是不完全的参与（incomplete participation）。在古典理论中，即使是在不完备的市场中，每个行为人都参与任何时刻均存在的所有市场。结果是，斯密归结为看不见的手的协调功能大部分在这里或多或少地被认为是自动的，即假定所有行为人同时在所有活跃市场上相互交往。一个更为现实并且更具挑战性的观点是，承认大多数经济行为人并不交易大多数商品，因而也不参与大多数市场活动。更进一步说，如果我们只看单个行为人的确参与其中的有限市场，我们将发现他并非同时在所有这些市场上活动。这些观察对理解市场的运作有着重要的意义。

正如存在不完备市场能够实现完备市场的功能的条件一样，在某些特定条件下，不完全参与的市场也能实现完全参与的市场的行为。例如，中间人和套利商消除了在不同市场之间进行交易的利润，并确保在不完全参与的市场中实现资源的有效率配置。但是，这些条件是有限制的，在任何情况下，这都不是这一理论的最好运用。更有意思的可能性是发现在什么条件下我们会得到不同的结果。

引入这两类不完备性来扩展理论并非是件易事。在模型中允许不完备市场的存在之所以如此困难，在于它要求我们以非常不同的方式引入时间变量。在前面几章中，时间被用作在一个静态的环境里达到有效资源配置的交易机会，或者是被用作学习或适应一个静态环境的机会。我们基本上是从一个静态模型开始，来研究这个静态模型的均衡是如何作为

一个虚假的动态过程(pseudo-dynamic process)的结果而达致的。不完备市场模型是动态的。它们预先假定了事情发生和世界变化的时间。把这两种对时间的运用结合起来,看来并不简单。

允许不完全参与导致了另一些不同的问题。首先,尽管已有不少有益的探讨,但相对于具有不完全参与的瓦尔拉斯均衡而言,还没有很好的与之相对应的理论模型。其次,对于相关问题是什么,我们还并不清楚。一种意见是,不完全参与同有限理性相关。经济应付世界的复杂性的方法之一是通过分工来完成的。个人在不同市场上专业化。原则上讲,这将导致与完全参与模型相同的结果。粗略地说,如果中间人和套利商能确保所有局部的一级条件均能得到满足,这也许会导致整体的最优(效率)。但是,如果行为人由于有限理性而在一开始就专业化了,结果似乎是乐观的。我们又如何知道在不同市场中经营的行为人将作出正确的决策呢?难道这不要求在他们的预期中有太多的常识和太多的理性吗?这确实是个问题,而且正如 ADM 模型并没有解释我们是如何达到均衡的,或者在什么条件下均衡的瓦尔拉斯定义才是适当的,因而,把多个市场的协调问题模型化为好像它们是一个单一市场,似乎也不能完全解决问题。但这已经是一个另外的问题了,而且已远远超出了本书的讨论范围。

参考文献

Aghion, P., P. Bolton and C. Harris (1991), "Optimal Learning by Experimentation", *Review of Economic Studies*, 58, 621–654.

A1-Naijar, N. and R. Smorodinsky (1998a), "Pivotal Players and the Characterization of Influence", *Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science*, *Discussion Paper*, 1174R, Northwestern University.

—(1998b), "Large Non-anonymous Repeated Games", MEDS, Kellogg Graduate School of Management, Northwestern University, unpublished.

Arrow, K. and G. Debreu (1954), "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica*, 22, 265–290.

Arrow, K. and F. Hahn (1971), *General Competitive Analysis*, Amsterdam and New York: North-Holland.

Aumann, R. (1974), Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies", *Journal of*

Mathematical Economics, 1, 67 – 96.

—(1987), "Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality", *Econometrica*. 55. 1 – 18.

Aumann, R. and L. Shapley (1974), *Values of Non-atomic Games*, Princeton, Princeton University Press.

Aumann, R. and S. Sorin (1989), "Cooperation and Bounded Recall", *Games and Economic Behavior*, 1, 5 – 39.

Banerjee, A. (1992), "A Simple Model of Herd Behavior", *Quarterly Journal of Economics*, 107, 797 – 817.

Banks, J. and R. Sundaram (1992), "Denumerable-armed Bandits", *Econometrica*, 60, 1071 – 1096.

Benaim, M. and M. Hirsch (1996), "Learning Processes, Mixed Equilibria, and Dynamical Systems Arising from Repeated Games", unpublished.

Bikhchandani, S., D. Hirshleifer and I. Welch (1992), "A Theory of Fads, Fashions, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades", *Journal of Political Economy*, 100, 992 – 1026.

Billingsley, P. (1985), *Probability and Measure*, 2nd edn., New York: John Wiley.

Binmore, K. (1990), "Modeling Rational Players: Parts I and II", in K. Binmore, *Essays on the Foundations of Game Theory*, Oxford and Cambridge, MA: Blackwell, 151 – 85, 186 – 231.

Binmore, K. and M. Herrero (1988a), "Matching and Bargaining in Dynamic Markets", *Review of Economic Studies*,

55, 17 – 31.

—(1988b), "Security Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 55, 33 – 48.

Binmore, K., A. Rubinstein and A. Wolinsky (1986), "The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling", *Rand Journal of Economics*, 17, 176 – 188.

Bolton, P. and C. Harris (1999), "Strategic Experimentation", *Econometrica*, 67, 349 – 374.

Caplin, A. and J. Leahy (1994), "Miracle on Sixth Avenue: Information, Externalities, and Search", New York University, unpublished.

Chamley, C. and D. Gale (1994), "Information Revelation and Strategic Delay in a Model of Investment", *Econometrica*, 62, 1065 – 1085.

Chatterjee, K. and H. Sabourian (1998), "Multiperson Bargaining and Strategic Complexity", Pennsylvania State University and King's College, Cambridge, unpublished.

Cournot, A. A. (1838), *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, trans N. T. Bacon, with an essay on "Cournot and Mathematical Economics" and a bibliography of mathematical economics by Irving Fisher, New York: A. M. Kelley (1960).

Dagan, N., R. Serrano and O. Volij (forthcoming), "Bargaining, Coalitions and Competition", *Economic Theory*.

Debreu, G. (1970), "Economies with a Finite Set of Equilibria", *Econometrica*, 38, 387 – 392.

Edgeworth, F. Y. (1881), *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, London: Kegan Paul.

Ellison, G. and D. Fudenberg (1993), "Rules of Thumb for Social Learning," *Journal of Political Economy*, 101, 612 – 643.

—(1995), "Word-of-mouth Communication and Social Learning", *Quarterly Journal of Economics*, 110, 93 – 125.

Fudenberg, D. and D. Kreps (1993), "Learning Mixed Equilibria", *Games and Economic Behavior*, 5, 320 – 367.

Fudenberg, D. and E. Maskin (1986), "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information", *Econometrica*, 54, 533 – 554.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1992), *Game Theory*, Cambridge, MA: MIT Press.

Gale, D. (1986a), "A Simple Characterization of Bargaining Equilibrium in a Large Market Without the Assumption of Dispersed Characteristics", University of Pennsylvania Center for Analytic Research in Economics and the Social Sciences (CARESS), Working Paper, 86 – 105.

—(1986b), "Bargaining and Competition Part Ⅰ: Characterization", *Econometrica*, 54, 785 – 806.

—(1986c), "Bargaining and Competition Part Ⅱ: Existence", *Econometrica*, 54, 807 – 818.

—(1987), "Limit Theorems for Markets with Sequential Bargaining", *Journal of Economic Theory*, 43, 20 – 54.

Gale, D. and R. Rosenthal (1998), "Imitation, Experimentation, and Stochastic Stability", *Journal of Economic Theory*, 84.

Goldman, S. and R. Starr (1982), "Pairwise, t-Wise, and Pareto Optimality", *Econometrica*, 50, 593 – 606.

Green, E. (1980), "Noncooperative Price Taking in Large Dynamic Markets", *Journal of Economic Theory*, 22, 155 – 182.

—(1982), "Internal Costs and Equilibrium: The Case of Repeated Prisoner's Dilemma", unpublished.

—(1984), "Continuum and Finite-player Noncooperative Models of Competition", *Econometrica*, 52, 975 – 993.

Gul, F. and R. Lundholm (1995), "On the Clustering of Agents' Decisions: Herd Behavior versus the Timing of Actions", *Journal of Political Economy*, 103, 1039 – 1066.

Gul, F., H. Sonnenschein and R. Wilson (1986), "Foundations of Dynamic Monopoly and the Coase Conjecture", *Journal of Economic Theory*, 39, 155 – 190.

Hahn, F. (1974), "On the Notion of Equilibrium in Economics", Inaugural Lecture, Cambridge University (1974); reprinted in F. Hahn, *Equilibrium and Macroeconomics*, Cambridge, MA: MIT Press (1984).

Halmos, P. (1988), *Measure Theory*, New York: Springer-Verlag.

Hayek, F. A. (1945), "The Use of Knowledge in Society", *American Economic Review*, 35, 519 – 530.

Hicks, J. (1967), *Critical Essays in Monetary Theory*, Oxford: Clarendon Press.

Hildenbrand, W. (1974), *Core and Equilibria of a Large Economy*, Princeton: Princeton University Press.

Jordan, J. (1993), "Three Problems in Learning Mixed-strategy Equilibria," *Games and Economic Behavior*, 5, 368 – 386.

Jovanovic, B. and R. Rosenthal (1988), "Anonymous Sequential Games", *Journal of Mathematical Economics*, 17, 77 – 87.

Kalai, E. and E. Lehrer (1993a), "Rational Learning Leads to Nash Equilibrium", *Econometrica*, 61, 1019 – 1046.

—(1993b), "Subjective Equilibria in Repeated Games", *Econometrica*, 61, 1231 – 1240.

Kandori, M., G. Mailath and R. Rob (1993), "Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games", *Econometrica*, 61, 29 – 56.

Karlin, S. and P. Taylor (1975), *A First Course in Stochastic Processes*, San Diego: Academic Press.

Krishna, V. and T. Sjostrom (1995), "On the Convergence of Fictitioius Play", Harvard Business School, unpublished.

Lehrer, E. and Z. Neeman (1998), "The Scope of Anonymous Voluntary Bargaining under Asymmetric Information", Boston University, unpublished.

Madden, P. (1976), "Theorem on Decentralized Exchange", *Econometrica*, 44, 787 – 791.

Mailath, G. and A. Postlewaite (1990), "Asymmetric Information Bargaining Problems with Many Agents", *Review of Economic Studies*, 57, 351 – 367.

Makowski, L. (1983), "Competitive Stock Markets", *Review of Economic Studies*, 50, 305 – 330.

Marimon, R. (1995), "Learning from Learning in Economics", University of Minnesota, unpublished.

Marshall, A. (1920), *Principles of Economics: An Introductory Volume*, 8th edn., London: Macmillan.

MasColell, A. (1989), "An Equivalence Theorem for a Bargaining Set", *Journal of Mathematical Economics*, 18, 129 – 139.

Masso, J. and R. Rosenthal (1989), "More on the 'Anti-Folk Theorem'", *Journal of Mathematical Economics*, 18, 281 – 290.

McKenzie, L. (1954), "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems", *Econometrica*, 22, 147 – 161.

McLennan, A. and H. Sonnenschein (1991), "Sequential Bargaining as a Noncooperative Foundation for Walrasian Equilibrium", *Econometrica*, 59, 1395 – 1424.

Meyn, S. and R. Tweedie (1993), *Markov Chains and Stochastic Stability*, London and Berlin: Springer-Verlag.

Moulin, H. (1986), *Game Theory for the Social Sciences*, 2nd and rev. edn., New York: New York University Press.

Myerson, R. (1991), *Game Theory: Analysis of Conflict*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Nash, J. (1951), "Noncooperative Games", *Annals of Mathematics*, 54, 289 – 295.

—(1953), "Two-person Cooperative Games", *Econometrica*, 21, 128 – 140.

Negishi, T. (1962), "The Stability of a Competitive Economy: A Survey Article", *Econometrica*, 30, 635 – 669.

Osborne, M. and A. Rubinstein (1990), *Bargaining and Markets*, San Diego, London, Sydney, and Toronto: Harcourt Brace Jovanovich and Academic Press.

Ostroy, J. (1980), "The No-surplus Condition as a Characterization of Perfectly Competitive Equilibrium", *Journal of Economic Theory*, 22, 183 – 207.

Roberts, K. (1980), "The Limit Points of Monopolistic Competition", *Journal of Economic Theory*, 22, 256 – 278.

Royden, H. (1988), *Real Analysis*, 3rd edn., New York: Macmillan.

Rubinstein A. (1982), "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica*, 50, 97 – 109.

—(1986), "Finite Automata Play Repeated Prisoner's Dilemma", *Journal of Economic Theory*, 39, 83 – 96.

Rubinstein, A. and A. Wolinsky (1985), "Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining", *Econometrica*, 53, 1133 – 1150.

—(1990), "Decentralized Trading, Strategic Behaviour and the

Walrasian Outcome", *Review of Economic Studies*, 57, 63 – 78.

Sabourian, H. (1990), "Anonymous Repeated Games with a Large Number of Players and Random Outcomes", *Journal of Economic Theory*, 51, 92 – 110.

Schmeidler, D. and K. Vind (1972), "Fair Net Trades", *Econometrica*, 40, 637 – 642.

Selten, R. (1965), "Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit", *Zeitschrift für die gesamte Staatwissenschaft*, 12, 301 – 324.

—(1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Form Games", *International Journal of Game Theory*, 4, 25 – 55.

Shaked, A. (1994), "Opting Out: Bazaars versus 'Hi Tech' Markets", *Investigaciones Economicas*, 18, 421 – 432.

Shapley, L. and M. Shubik (1977), "Trade Using One Commodity as a Means of Payment", *Journal of Political Economy*, 85, 937 – 968.

Shubik, M. (1959), "Edgeworth's Market Games", in R. D. Luce and A. W. Tucker (eds.), *Contributions to the Theory of Games IV*, Princeton: Princeton University Press.

—(1973), "Commodity Money, Oligopoly, Credit and Bankruptcy in a General Equilibrium Model", *Western Economic Journal*, 11. 24 – 38.

Smith, A. (1976), *An Enquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, general eds. R. H. Campbell and

A. S. Skinner, textual ed. W. B. Todd, Oxford: Clarendon Press.

Smith, L. and P. Sorensen (1996), "Pathological Outcomes of Observational Learning", MIT, unpublished.

Stahl, I. (1972), *Bargaining Theory*, Stockholm: Economics Research Institute, Stockholm School of Economics.

Stokey, N. and R. Lucas, with E. C. Prescott (1989), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Uzawa, H. (1960), "Edgeworth's Barter Process and Walras' Tâtonnement Process", *Technical Report*, 83, Office of Naval Research, Contract Nonr-255 (50), NR-047-004, Department of Economics, Stanford University.

Von Neumann, J. and O. Morgenstern (1980), *Theory of Games and Economic Behavior*, 3rd edn., Princeton: Princeton University Press.

Walras, L. (1954), *Elements of Pure Economics*, London: Allen & Unwin.

Weibull, J. (1995), *Evolutionary Game Theory*, Cambridge, MA: MIT Press.

Young, P. (1993), "The Evolution of Conventions", *Econometrica*, 61, 57–84.

译后记

这是当代理论经济学领域中的一部前沿著作。本书篇幅并不大，但能认真读它一遍，着实不易。用经济学的行话来说，这本书显然是有点“技术性”的。但是，与发表在国际上大多数英文经济学杂志中的文章相比，这本书的“技术性”还不算是太强。这主要是因为——正如作者在“中文版序”中所言——本书是在Gale教授本人在剑桥大学丘吉尔学院所做的三次讲座的讲演稿基础上形成的。

既然原书成自作者学术讲座的讲演稿，与在专业经济学杂志上发表的大多数研究论文相比，它也就有点不太“专业”了，因而也相应地增加了本书的“可读性”。但是，经济思想史上的许多伟大文献均表明，基于讲座讲演稿基础上的著作，并不就意味着“不前沿”。相信每一个认真读过一遍这本书的读者，定会体悟到当代经济学前沿思想的“跳动着的脉搏”。

自第二次世界大战以来，理论经济学在国际上已经历了长足而持久的发展。到目前为止，当代经济学可谓已成长为一个博大精

深且浩如烟海的理论世界。在当代经济学的宏大理论世界的"核心区域",有两大举世公认的学术成就:一是20世纪50年代中期由K. Arrow, G. Debreu和L. McKenzie差不多在同时所证明的"一般均衡"(又称"瓦尔拉斯均衡"、"瓦尔拉斯—阿罗均衡"、"阿罗—德布鲁均衡",或本书所言的"Arrow - Debreu - McKenzie均衡")的存在性;一是博弈论的蓬勃发展,而后者基本上可以说是建立在美国著名数学家John Nash在20世纪50年代初期所提出的"纳什均衡"概念和他在同一时期所开拓出来的讨价还价博弈理论基础之上的。

比较当代理论经济学中的这两大辉煌成就(毋宁说"两大研究进路"),我们会发现以下的显著特点:如果说K. Arrow, G. Debreu和L. McKenzie三位经济学家在20世纪50年代一举摘取了"一般均衡的存在性"这一现代经济学中的"皇冠上的明珠"从而在经济学理论分析的颠峰之上插上了一个"标竿",那么,博弈论在"纳什均衡"和"纳什要价博弈"基础之上呈现出了一个蓬勃发展的动态过程,且后者在目前仍构成了当代理论经济学中最富生机活力和发展前景的一个开放领域。

正如本书作者Gale教授在本书"跋"中所言,ADM的"一般均衡"理论的模型是极为优美的,美到可谓是人类经济思想史上的一件杰作。然而,这并不意味着它就没有问题。其中的主要问题是,尽管一般均衡的理论存在性已为K. Arrow, G. Debreu和L. McKenzie这三大杰出经济学家所证明了,但它的现实存在性却在众多经济学家脑海中一直是个问号。一般均衡在现实市场运行中存在不存在?在任何国家、任何社会的任何时期是否有过达致经济的"一般均衡"的情形?如果一般均衡在现实中根本不存在,有关它的理论模型的意义

又何在？退一步说，即使我们承认一般均衡从理论上说是可达致的，但在信息不对称且只具有有限理性的众多市场参与者的具体交易活动中，这一市场运行的状态又是如何达致的（这正是 Douglas Gale 教授多年来所致力的学术目标，包括本书的工作）？

再者，依照另一位当代经济学家 Ronald Coase 教授所开发出来的"交易费用经济学"的理论进路，由于在一般均衡模型中没有交易费用因而是制度空缺（institution free）的，而在人类任何社会和经济的现实中均是实际存在着种种交易费用的，那么，一个自然的问题是：舍象掉社会生活中的某些实存而证明了一个虚幻的理论存在性，这样精美的一般均衡理论模型的社会价值又何在？

这也就自然产生了一个进一步的问题：会不会、能不能有包含着交易费用在内的一般均衡模型？换句话说，在一般均衡模型中能否容得下科斯式的交易费用（Coasian transaction costs）？事实上，这一问题并非是一个初涉理论经济学的学生的天真臆想，而是 Kenneth Arrow，Frank Hahn，J. Niehans 等一批当代主流经济学大家们从 20 世纪 70 年代初以来就致力探索的一个学术目标。尽管本书的作者没有言明，读过本书第 1 章后，我们自然也会联想到，Gale 教授自 20 世纪 80 年代初以来所开发的且颇受西方经济学界所瞩目的相关研究规划（包括本书），也属于这一理论探索"向量"中的一个组成部分。正是出于近几年来对一般均衡中的交易费用问题——或者严格地说，在一般均衡中到底能否容得下科斯式交易费用的问题——的关注，我开始留意起讨价还价博弈与一般均衡理论模型关系方面的文献来。

促使我关注讨价还价博弈与一般均衡模型关系的另一个原因是，在近年来对经济学与伦理学之间关系的思考中，我偶然发现，如果把纳什讨价还价博弈引入经济学的伦理考诘，那么与当代经济学中一般均衡模型相关的许多问题都要重新思考（详见韦森：《经济学与伦理学：探寻市场经济的伦理维度与道德基础》，上海人民出版社2003年版，第85—105页）。这也进一步促使我开始关注讨价还价博弈与一般均衡的关系来。故当我发现Gale教授这一著作后，即决定放下自己繁重且有点近乎"超负荷"的研究与写作，组织自己的学生并花些自己"有点机会成本"的时间把它翻译成中文。我深信，这部著作中译本的出版，对促使中国经济学界跟踪国际前沿问题，以提高我国理论经济学的整体水平，将会有一些"边际"作用。

承蒙上海人民出版社的何元龙先生与陈昕先生的鼎力支持，这部书很快从剑桥大学出版社拿到了版权。后来，通过与本书作者Douglas Gale教授联系，又得到了他的热情支持。Gale教授还专门为中文读者写出了已载于这个译本前面的那篇热情洋溢的"中文版序"，从中介绍了这部书出版后沿着这一研究进路的一些国际上的最新理论进展。这里要特别说明的是，前不久，我曾把自己的翻译与写作计划禀呈于我的学术友人、北京大学中国经济研究中心的林毅夫教授，即得到了毅夫兄的大力支持和热情鼓励。为之，他还专门写了一个总序。对近几年中毅夫兄的精神鼓励和支持，实在是不能以一个"谢"字道得完的。在以上各方的支持下，于是就有了呈放在读者面前的这个中译本。

这部译作的基本工作程序是，我先让自己的学生们分头翻译了各章，并让季虹初步统一了文本格式，我则负责总译

校。本书文本初译的分工如下：季虹翻译了中文版序、第4章和第5章，徐思嘉、徐媛和黄梅翻译了第1章，赵红、程锋和许键翻译了第2章，刘康兵、李达翻译了第3章，刘康兵还帮我校对了最后付印稿。在汇集了学生们的初译稿后，我趁这次暑假对学生们的初译稿再总译校了一遍。在自己的译校过程中，笔者对原书和初译稿中的每一个中英文词、句，均再推敲一遍，并且差不多对自己学生们所翻译的每句话都有所改动。因而，如果这个中译本中还有任何纰漏和误译的地方，我将完全负责。

在自己近几年学术研究的实际经验中，我一般是不大敢相信任何西方学术著作的翻译文本的，故在自己的著述中，不查到原文，我一般不大敢引述任何一位西方论者的话。尽管自己有此感受和戒心，但在近两年自己初涉翻译这行当的经历中，才深感翻译外文学术著作是件多么难且"出力不讨好"的事。基于上述原因，在承做自己所接的翻译活时，总觉得如履薄冰。另外，目前自己"已有点超载"的研究规划的压力，也实在不允许笔者再多花些时间对这本书的译文精雕细琢，而只能在自己"计划配置"的短短数周中译校完这部艰深的学术著作。这样一来，恐怕这个译本中有纰漏和误译之处在所难免。故这里谨乞请经济学界和翻译界的方家，如果发现这个译本中有任何纰漏和误译之处，不吝垂教。这里也谨向任何对本书感兴趣的读者建议，如果对这一译著中的任何文句有疑问，可查对一下原文。在因特网普及的今天，这已不是件难事了。因为，这部著作的全部英文稿，均能从 Gale 教授在美国纽约大学经济系的个人网页中下载下来。

在翻译这部著作的过程中，我曾就一些经济学和数学的

术语请教过伦敦大学院(The University College of London)的宋铮博士,也承蒙得到我在复旦的同事朱弘鑫教授和寇宗来博士对一些数学术语译法上的宝贵意见。我的同事强永昌教授也曾对译稿的个别处理法提出了非常有益的建议,并被我采纳到最后的译稿之中。这里谨一并致谢。另外,这里也谨志拙荆素娥对我翻译此书的理解和支持。在这一暑期的酷夏之中,没有内子辛劳地照顾着虽不满周岁但已开始调皮起来的儿子元元,自己每天关在办公室中十几个小时来做翻译这活计,是几乎不可能的。

自 1978 年以来,中国的改革开放已取得了举世瞩目的伟大成就。在经济发展、科技进步以及社会现代化等方面,中国已在近二十年的时间里大大缩短了与西方发达国家的差距。在经济理论方面,中国经济学界也正在完成从古典经济学范式向当代经济学范式的转变。尤其是伴随着大批中国经济学人赴西方国家的大学里学习、研究、交流和归国的实践,中国经济学界已开始跟踪和把握当代经济学诸领域中的前沿动向了。尽管如此,仍毋庸讳言,在理论经济学的各个领域中,我们与国际上的前沿水平还相差甚远。在此情况下,这部探及当代经济学两大核心问题——即一般均衡理论和讨价还价博弈——的前沿著作中译本的出版,若能增强中国经济学界——尤其是新一代中国经济学人——的一些前沿意识,也就是我们这些译者的最大奢望了。

韦　森

于 2003 年 7 月 21 日谨识于复旦